

**MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR  
REPÚBLICA DE CUBA**

**PROGRAMA DE MATEMÁTICA BÁSICA**  
(Para Curso por Encuentros y Educación a Distancia)

**Asignatura:** Matemática Básica

**Carrera:** Las que se desarrollan en el Curso por Encuentros y Educación a Distancia

**Ubicación en el plan de estudio:** 1er año

**Total de horas para el Curso por Encuentro:** 32 horas

## INTRODUCCIÓN

Como objeto de la matemática son consideradas todas las formas y relaciones del mundo real que posean objetivamente tal grado de independencia respecto al contenido, que pueden ser totalmente abstraídas de este último.

Estas abstracciones surgidas de la observación de la realidad se han obtenido por exigencias de la necesidad: la numeración, de la necesidad de contar, de medir; las figuras geométricas, de la necesidad de delimitar los dominios, de evaluarlos; las relaciones algebraicas, de la necesidad de establecer leyes, de legislar.

En particular, la matemática, tiene una influencia significativa en:

- El desarrollo del pensamiento lógico y algorítmico.
- Desarrollar habilidades para la comunicación y comprensión de propiedades y características matemáticas de magnitudes y formas en las variantes formal, gráfica, numérica y verbal.
- Identificar, interpretar y analizar modelos matemáticos de diferentes procesos que tienen lugar en la vida cotidiana, así como resolver los problemas de índole matemática a los que éstos conducen.
- La construcción de una sólida base de conocimientos de forma integrada y sistémica.

## DISTRIBUCIÓN DE HORAS POR TEMAS

	<b>Tema</b>	<b>Cantidad de horas</b>
1	Dominios numéricos	4
2	Trabajo algebraico	6
3	Ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones	6
4	Funciones	8
5	Geometría y trigonometría	8
	<b>Total</b>	<b>32</b>

## **OBJETIVOS GENERALES**

- Establecer una base conceptual sólida, integrada y generalizada, a partir de un aprendizaje basado en la búsqueda consciente de los conceptos fundamentales de la matemática.
- Desarrollar la capacidad de razonamiento y las formas de pensamiento lógico mediante la utilización de algunos elementos de la Lógica Matemática en la comprensión de propiedades y teoremas, en el trabajo con los conceptos matemáticos, en la argumentación lógica de propiedades de los objetos matemáticos y en la demostración de resultados teóricos sencillos.
- Resolver problemas de índole matemático que requieran aplicar integradamente los conocimientos y habilidades que brinda la asignatura.
- Analizar y resolver problemas que se modelen a través de la matemática, utilizando los recursos y los métodos estudiados e interpretar sus resultados.

## **OBJETIVOS Y SISTEMA DE CONOCIMIENTOS POR TEMAS**

### **Tema 1: Dominios numéricos**

#### **Objetivos:**

- Identificar las relaciones entre los dominios numéricos sobre la base de la teoría de conjuntos, reconocer las propiedades fundamentales del orden y las operaciones entre conjuntos.
- Resolver problemas aplicando las operaciones de cálculo aritmético en distintas situaciones, sobre la base de una comprensión más profunda del significado de los números y de las operaciones.
- Realizar ejercicios formales y con texto que requieran del cálculo con potencia y donde se apliquen sus propiedades.
- Realizar ejercicios formales y con texto que requieran del cálculo con radicales, sobre la base de la generalización del concepto potencia y donde se apliquen sus propiedades.
- Calcular logaritmos aplicando la equivalencia entre  $a^c=b$  y  $\log_a b = c$ , las propiedades de las potencias y de los logaritmos y las reglas de cálculo aproximado.

#### **Sistema de Conocimientos:**

##### **1.1. Teoría de conjuntos**

Conjunto. Formas de definir un conjunto. Relación de pertenencia. Elementos de un conjunto. Inclusión de conjuntos. Operaciones con conjuntos (unión, intersección, diferencia y su caso particular, la complementación).

## 1.2. Dominios numéricos (N, Z, Q+, Q y R)

Relaciones entre los dominios numéricos. Fundamentación de sus limitaciones. Comparación y orden. Operaciones de cálculo. Relaciones y propiedades de las operaciones. Potencias de exponente entero, fraccionario y racional. Raíz n-ésima de un número real. Resolución de problemas donde se combinen las diferentes operaciones, el tanto por ciento y tanto por mil y el trabajo con cantidades de magnitud.

## 1.3. Potenciación

Potencias de exponente entero, fraccionario y racional. Monotonía de la potenciación. Raíz n-ésima de un número real. Resolución de problemas donde se combinen las diferentes operaciones, el tanto por ciento y tanto por mil y el trabajo con cantidades de magnitud.

## 1.4. Radicales

Propiedades de los radicales. Su interpretación como casos particulares de la potenciación. Simplificación de radicales. Reducción de radicales a un mismo índice. Radicales semejantes. Adición, sustracción, multiplicación y división de radicales. Racionalización de denominadores monomios y binomios.

## 1.5. Logaritmos

Definición de logaritmo de base a ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ). Identidad fundamental logarítmica. Cálculo de logaritmos aplicando la definición. Propiedades de los logaritmos.

## Tema 2: Trabajo algebraico

### Objetivos:

- Realizar las operaciones de adición, sustracción y multiplicación de polinomios, aplicando los productos notables y la descomposición factorial.
- Realizar la división de polinomios.
- Simplificar fracciones algebraicas.
- Realizar operaciones simples y combinadas de fracciones algebraicas.

### Sistema de Conocimientos:

#### 2.1 Operaciones con polinomios

Adición, sustracción y multiplicación (se incluyen los productos notables:  $(a \pm b)^2$ ,  $(a + b)(a - b)$ ,  $(a \pm b)^3$ ,  $(ax + b)(cx + d)$ ). Descomposición factorial: factor común, factor común por agrupamiento, diferencia de cuadrados, trinomio cuadrado perfecto, trinomios de la forma  $x^2 + px + q$  y de la forma  $mx^2 + px + q$ . Completamiento cuadrático.

División de polinomios. Regla de Ruffini o Horner. Descomposición de polinomios que contengan divisores o factores de la forma  $(x + a) \times \neq -a$ ,  $a \neq 0$ . Suma y diferencia de cubos. Ejercicios combinados de descomposición en factores.

## **2.2 Fracciones algebraicas**

Concepto de fracción algebraica. Cambios de signos en una fracción que garantizan que su valor permanezca invariante. Simplificación de fracciones algebraicas. Adición, sustracción, multiplicación y división de fracciones algebraicas. Operaciones combinadas con fracciones algebraicas.

## **Tema 3: Ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones**

### **Objetivos:**

- Obtener el conjunto solución de ecuaciones e inecuaciones lineales, cuadráticas, fraccionarias, irracionales (con radicales), trigonométrico, exponencial y logarítmico.
- Obtener el conjunto solución de sistemas de ecuaciones lineales de dos y tres incógnitas, de igual número de ecuaciones que de incógnitas.
- Modelar y resolver problemas que conduzcan a la solución de ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales e interpretar el resultado obtenido.

### **Sistema de Conocimientos:**

#### **3.1. Ecuaciones**

Definición de ecuación, dominio básico de una ecuación, solución de una ecuación, conjunto solución de una ecuación. Ecuaciones equivalentes, transformaciones que pueden realizarse en una ecuación. Determinación de cantidades de magnitud en fórmulas. Determinación de los valores reales de incógnitas y parámetros en ecuaciones lineales, cuadráticas, fraccionarias, irracionales (con radicales), trigonométricas, exponenciales y logarítmicas. Despeje en fórmulas.

#### **3.2. Inecuaciones**

Definición de inecuación, dominio básico de una inecuación, solución de una inecuación, conjunto solución. Inecuaciones equivalentes, transformaciones que pueden realizarse en una inecuación. Resolución de inecuaciones lineales, cuadráticas, fraccionarias, exponenciales y logarítmicas y aplicaciones.

#### **3.3 Sistemas de ecuaciones**

Definición de sistemas de ecuaciones lineales, solución y conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. Sistemas equivalentes. Transformaciones que pueden realizarse en un sistema. Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables. Sistemas de tres ecuaciones

lineales con tres variables. Sistemas cuadráticos. Problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales y cuadráticas.

Representación de situaciones mediante el uso de ecuaciones y viceversa, extracción de conclusiones a partir de ellas, haciendo uso de los conocimientos y habilidades sobre ecuaciones lineales, cuadráticas y fraccionarias, irracionales (con radicales), trigonométricas, exponenciales y logarítmicas, inecuaciones lineales, cuadráticas y fraccionarias, exponenciales y logarítmicas y sistemas de ecuaciones lineales con dos o tres incógnitas y cuadráticos.

## **Tema 4: Funciones**

### **Objetivos:**

- Formular el concepto de función e identificar las distintas formas en que puede ser representada: analítica, gráfica y tabular.
- Representar gráficamente una función en forma analítica, tabular o mediante pares ordenados.
- Determinar las propiedades globales de las funciones: dominio, valor máximo, valor mínimo, imagen, ceros, monotonía, simetría, periodicidad, signos, inyectividad, sobreyectividad y biyectividad.
- Obtener la función inversa de una función y la función compuesta de dos funciones.
- Realizar las operaciones de suma, resta, producto y cociente de funciones.
- Realizar transformaciones de funciones: desplazamiento vertical u horizontal, expansión, contracción y reflexión. Obtener la gráfica de una función que es el resultado de aplicar dichas transformaciones a una función dada.
- Modelar y resolver problemas sencillos a través de funciones e interpretar el resultado, aplicando las propiedades de las funciones, función inversa, función compuesta, la representación gráfica de funciones y las operaciones entre funciones.

### **Sistema de Conocimientos:**

**4.1** Definición de función. Análisis de correspondencias dadas en distintas formas para decidir si son o no funciones. Variable independiente y dependiente. Cálculo de valores funcionales. Determinación de propiedades globales de las funciones numéricas: dominio de definición, valor máximo, valor mínimo, imagen, ceros, monotonía, simetría, periodicidad, paridad, signo, inyectividad, sobreyectividad y biyectividad de funciones lineales, cuadráticas, potenciales, con radicales, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas a partir de su ecuación o su gráfico. Concepto función compuesta, su determinación. Concepto función inversa, su determinación.

**4.2** Determinación de intervalos donde los valores de una función son mayores, menores o iguales que los valores de otra.

**4.3** Transferencia de una forma de representación a otra de las funciones racionales, irracionales (con radicales), trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.

**4.4** Representación de situaciones a través de funciones y viceversa, extracción de conclusiones a partir de la representación brindada, aplicando funciones racionales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.

## **Tema 5: Geometría y trigonometría**

### **Objetivos:**

- Resolver problemas geométricos de estimación y determinación de cantidades de magnitud y relaciones entre ellas, aplicando los conocimientos sobre las figuras geométricas en el plano y el espacio, la igualdad y semejanza de triángulos, el grupo de teoremas de Pitágoras, las razones trigonométricas de ángulos cualesquiera en el sistema sexagesimal y circular de medida de ángulos, la resolución de triángulos cualesquiera y los conocimientos sobre la geometría analítica de la recta en el plano y sobre las posiciones relativas entre rectas y rectas y planos en el espacio.
- Realizar demostraciones, aplicando conceptos y relaciones de la geometría plana y de la geometría analítica de la recta en el plano, así como conocimientos sobre las posiciones relativas entre rectas y planos en el espacio.
- Demostrar identidades y resolver ecuaciones trigonométricas aplicando lo aprendido sobre la generalización del concepto de ángulo para calcular razones trigonométricas de ángulos cualesquiera y otros recursos algebraicos y trigonométricos como las identidades trigonométricas fundamentales, las fórmulas de adición y del ángulo duplo.

### **Sistema de Conocimientos:**

#### **5.1 Geometría plana**

Conceptos primarios de la geometría plana (punto, recta y plano). Axiomas o postulados.

Ángulos. Ángulos opuestos por el vértice, adyacentes, de lados respectivamente paralelos o perpendiculares y entre paralelas. Polígonos y sus propiedades. Rectas y puntos notables del triángulo. Circunferencia y círculo Relaciones métricas en la circunferencia. Ángulos en la circunferencia: central, inscrito y semiinscrito

Demostración de posiciones relativas entre rectas, de igualdad de longitudes de segmentos y de amplitudes de ángulos. Criterios de igualdad de triángulos. Teoremas de las transversales. Criterios de semejanza de triángulos. Grupo de Teoremas de Pitágoras. Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas.

## **5.2 Trigonometría**

Cálculo de razones trigonométricas de ángulos cualesquiera en el sistema sexagesimal y circular de medida de ángulos: signos de las razones trigonométricas en los distintos cuadrantes. Fórmulas de reducción. Uso de las tablas trigonométricas.

Ecuaciones trigonométricas. Identidades trigonométricas fundamentales y su aplicación a la demostración de identidades y a la resolución de ecuaciones.

Resolución de triángulos rectángulos y triángulos cualesquiera. Ley de los senos y de los cosenos. Expresión del área de un triángulo en función de las medidas de dos de sus lados y el ángulo comprendido entre estos.

## **5.3 Geometría del espacio**

Axiomas y teoremas para la geometría del espacio. Posiciones relativas de dos rectas en el espacio. Ángulo entre rectas. Paralelismo de recta y plano. Criterio de paralelismo de recta y plano. Perpendicular y oblicua a un plano. Criterio de perpendicularidad de recta y plano. Relación entre las perpendiculares y las oblicuas. Distancia de un punto a un plano. Proyección de una oblicua sobre un plano, ángulo entre recta y plano. Teorema de las tres perpendiculares y su recíproco. Aplicaciones al cálculo.

Cuerpos geométricos (prisma, pirámide, cilindro, cono y esfera). Elementos. Cálculo del área lateral, total y volumen, aplicando de forma integradora los contenidos precedentes de geometría plana, del espacio y la trigonometría.

## **5.3 Geometría analítica de la recta**

Distancia entre dos puntos. Pendiente de una recta determinada por dos puntos y su relación con el ángulo de inclinación. Condiciones de paralelismo y perpendicularidad de dos rectas en función de sus pendientes. Fórmulas para determinar las coordenadas del punto medio de un segmento. Aplicaciones geométricas de esta fórmula. Ecuación general de la recta, casos particulares. Punto de intersección de dos rectas. Distancia de un punto a una recta. Aplicaciones geométricas.

## **INDICACIONES METODOLÓGICAS DE LA ASIGNATURA**

En el desarrollo del programa debe lograrse que los estudiantes sistematicen los conocimientos aprendidos, además de propiciar la integración de las diferentes áreas del conocimiento. Esta sistematización debe ser activa, a partir de la formulación y resolución de ejercicios y problemas, los cuales serán el medio esencial para organizar de forma sistémica los contenidos en torno a las siguientes clases de problemas:

1. Problemas de estimación y determinación de cantidades (cantidades de magnitud) y de relaciones entre ellas, así como de parámetros e incógnitas en expresiones matemáticas.



2. Problemas de representación de situaciones mediante modelos analíticos y gráficos y viceversa, de interpretación de sistemas de la realidad a partir de modelos dados.
3. Problemas de demostración o refutación de proposiciones matemáticas.

Los problemas deben ser discutidos de forma colectiva, explotando las diferentes vías de solución para el mismo problema, el análisis de los errores más frecuentes.

Es importante que los estudiantes aprendan a determinar los conocimientos y habilidades particulares y los modos y estrategias generales de pensamiento que les son útiles en la resolución de un ejercicio y/o problema dado.

En el tema 1 se reactivarán los conocimientos y habilidades estudiados anteriormente sobre los dominios numéricos. A partir de la definición de potencia de exponente racional y sus propiedades, se deben repasar las propiedades de los radicales. Es importante que en la ejercitación se integren estas propiedades, ya que son la base para todo el trabajo posterior con los radicales y logaritmos.

Se reactivarán las propiedades de las potencias y se analizará la relación de igualdad entre dos potencias y la monotonía de la potenciación. Se analizarán los casos cuando la base es mayor que uno o está entre cero y uno.

Se reactivará la logaritmación como operación inversa de la potenciación y se resolverán ejercicios de cálculo de logaritmos aplicando la definición y sus propiedades. También aquí se analizará la monotonía de la logaritmación y se diferenciarán los casos cuando la base es mayor que uno o está entre cero y uno y se compararán logaritmos.

En el tema 2 se deben sistematizar las operaciones con polinomios a partir de la necesidad de resolver determinado tipo de ecuaciones, por ejemplo, cuadráticas. El método de Ruffini debe integrarse a las otras formas de factorización estudiadas, como un recurso más para resolver ejercicios y problemas. Se debe establecer la analogía que existe entre los procedimientos con fracciones algebraicas y con números fraccionarios.

En el tema 3 deben desarrollarse habilidades en el reconocimiento de la estructura de las ecuaciones, por cuanto muchas veces esta no corresponde a un solo tipo de ecuaciones. Por otra parte, los estudiantes deben comprender que tanto en el trabajo con las ecuaciones como con las inecuaciones resulta conveniente que se determine primeramente el dominio de definición o el conjunto de valores admisibles de la ecuación o inecuación. Además deben interiorizar la importancia de la comprobación.

En el tema 4 se profundizará en el concepto función como correspondencia y en su interpretación como conjunto de pares ordenados. Los estudiantes deben elaborar por sí mismos una sucesión de indicaciones de carácter cuasi - algorítmico para hacer el análisis de las propiedades globales de las funciones que se estudian en este tema.

En el estudio de este tema los estudiantes deben ser capaces de pasar de una forma de representación de una función a otra, y realizar inferencias acerca de las propiedades de una función a partir de su representación gráfica.

Debe atenderse al rigor en el estudio de esta problemática, por ejemplo, los estudiantes deben percatarse de las diferencias entre funciones definidas por una misma regla en conjuntos distintos, deben diferenciar entre la monotonía en un intervalo y en todo el dominio, deben tener claridad que las operaciones con funciones están definidas en la intersección de los dominios de las funciones con que se operan, deben saber cuándo existe la inversa de una función, etc.

En el tema 5 se deben repasar los contenidos de la geometría sintética del plano. Se sugiere realizar actividades que ayuden a reestructurar el contenido a partir de clases de problemas.

Se reactivarán las razones trigonométricas y la resolución de triángulos rectángulos. De igual forma se repasarán los contenidos relativos al sistema sexagesimal y circular de medidas de ángulos. Debe lograrse que los alumnos comprendan la deducción de las identidades fundamentales y las fórmulas en el círculo trigonométrico. En el trabajo con las ecuaciones trigonométricas se deben resolver ejercicios que conduzcan a la resolución de ecuaciones de los tipos que se estudiaron con anterioridad, como una forma de sistematizar los contenidos aprendidos. También deben resolverse ecuaciones con dominio restringido.

El grupo de Teoremas de Pitágoras y las leyes de los senos y los cosenos se aplicarán en particular a la geometría plana, y al cálculo de cuerpos. Para ello se repasarán los conceptos de polígono (convexo, no convexo), polígono regular y los cuerpos geométricos estudiados con anterioridad. Debe quedar bien claro en los estudiantes que conocido el número de lados de un polígono regular y otro elemento cualquiera, es posible siempre hallar los restantes (el cálculo se reduce al cálculo en un triángulo isósceles).

Es importante que los alumnos comprendan las ventajas del método de coordenadas en la geometría y aprecien cómo algunos ejercicios pueden resolverse de manera más fácil por esta vía. Deben proponerse ejercicios de cálculo y demostración que permitan resolverse por diferentes vías. El concepto de pendiente como la tangente del ángulo de inclinación de la recta respecto al semieje positivo de las  $x$  se utilizará en el análisis de la posición relativa de rectas. Como aspecto central de la unidad se tratará la ecuación cartesiana de la recta. La posición relativa de rectas se abordará también al tratar de calcular el punto de intersección de ellas, en caso de que exista, mediante el planteamiento de un sistema de ecuaciones. Estos conocimientos se deben aplicar a la clasificación de cuadriláteros y triángulos.

En el estudio de la geometría del espacio los estudiantes deben comprender cómo a partir de ciertas proposiciones se describen las propiedades más esenciales de las rectas y los planos en el espacio, las cuales pueden ser utilizadas en la demostración de nuevas proposiciones y sirven de base al cálculo geométrico. Es importante que se destaquen las diferencias entre las

propiedades que se cumplen en el plano y en el espacio, y que se apele a objetos reales para la comprensión de dichas propiedades.

### **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA:**

1. Colectivo de autores: Libros de textos de Matemática 7mo, 8vo, 9no, 10mo, 11no y 12mo grados. Editorial Pueblo y Educación, La Habana.
2. Colectivo de autores: Cuadernos complementarios (7mo, 8vo y 9no grado) Editorial Pueblo y Educación, La Habana.
3. Hernández Ávalos, Jacinto (2006): ¿Cómo estás en Matemática? Ejercicios complementarios de Matemática, para la profundización en la enseñanza preuniversitaria. Editorial Pueblo y Educación.
4. Hernández Ávalos, Jacinto (2005): Solucionario. ¿Cómo estás en Matemática? Ejercicios complementarios de Matemática, para la profundización en la enseñanza preuniversitaria. Editorial Pueblo y Educación.
5. Rodríguez Meneses, Francisco y otros: (2010) Folleto de Matemática para el ingreso a la Educación Superior. Editorial Pueblo y Educación.
6. Riverón Rivas, Roger (2010): Apuntes para una experiencia. Material de apoyo a la preparación para el ingreso a la educación superior. Material digitalizado.