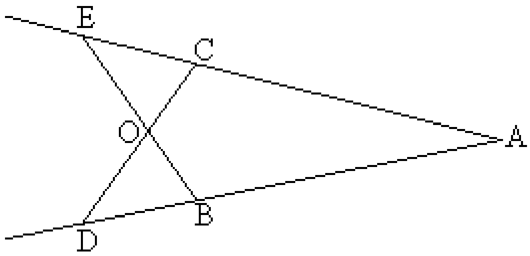
# PRUEBA 61 DE ENTRENAMIENTO

1. Resuelve el sistema de ecuaciones siguiente:
   $10^{2-\log(x-y)} = 25$
   $\log(x-y) + \log(x+y) = 1 + 2\log 2$

2. En la figura se cumple que $\overline{AE} = \overline{AD}$ y $\overline{AC} = \overline{AB}$. Prueba que el punto O se encuentra en la bisectriz del $\angle A$.




3. Se está realizando una campaña de reforestación y en una parcela de árboles se sabe que la cantidad de pinos es 40 % del total de árboles. Se siembran en esa parcela 22 pinos y 8 naranjos y ahora la cantidad de pinos aumentó en 4 %. ¿Cuántos pinos hay ahora en la parcela?

4. Halla los valores inadmisibles de la variable y prueba que la igualdad trigonométrica siguiente es una identidad.
   $$\frac{\tan x}{\operatorname{sen}2x + 2\operatorname{sen}x} = \frac{1}{\cos 2x + 2\cos x + 1}$$

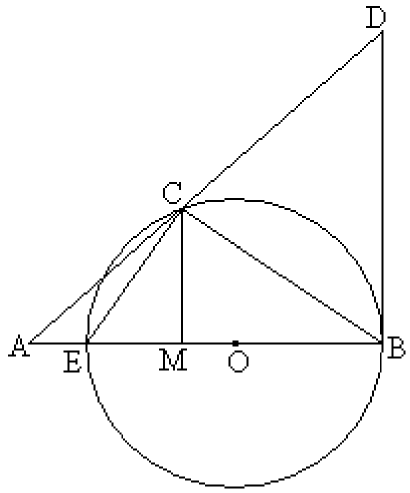
5. La superficie total de una pirámide recta de base cuadrada es 48 $dm^2$ y las aristas laterales forman ángulos de $45^0$ con la base.
   Calcula el volumen de la pirámide.

PRUEBA 62 DE ENTRENAMIENTO

1. Resuelve la ecuación siguiente, para $0^0 < x < 360^0$.

$$\frac{\sqrt{\operatorname{senx}+1}-\sqrt{\operatorname{senx}}}{\sqrt{\operatorname{senx}+1}+\sqrt{\operatorname{senx}}}=\operatorname{senx}$$

2. En la figura se ha trazado la circunferencia de centro O y radio de 15 cm, donde $\overline{EB}$ es el diámetro y M, el punto medio de $\overline{AB}$. $\overline{CM} \perp \overline{AB}$ y $\overline{BD}$ es tangente a la circunferencia en B. La cuerda $\overline{CB}$ mide 24 cm.
   a) Prueba que $\triangle ABD \sim \triangle CEB$.
   b) Calcula el área del $\triangle ABD$.
   c) ¿A qué distancia se encuentra el punto A de la circunferencia?




3. Dos trabajadores agrícolas, Miguel y Julio, comentan sobre las horas de trabajo voluntario aportadas por ellos durante el mes. Miguel le dice a Julio:
   — Si yo tuviera 9 horas menos, entonces mis horas fueran el duplo de las tuyas.
   Y Julio dice:
   — Si tú aumentas tus horas en 20 % y yo logro trabajar 11 horas más, entre los dos llegamos a las 100 horas voluntarias.
   ¿Cuántas horas tiene actualmente cada trabajador?

4. Se tiene la función $f(x)=\dfrac{x^3-2x^2-x+2}{x^2-x}$. Determina todos los valores reales de x para los cuales el gráfico de f(x) se encuentra por debajo del eje de las abscisas.

5. La base de un prisma recto es un pentágono regular de 10 cm de lado, que tiene todas sus caras laterales cuadradas. Calcula su volumen.

PRUEBA 63 DE ENTRENAMIENTO

1. Resuelva la ecuación siguiente:

$$\left(\sqrt[3]{2}\right)^{\frac{x+1}{x-2}} : 4^{\frac{x-1}{2x+4}} = 2^{\frac{28-x^2}{6x^2-24}}$$

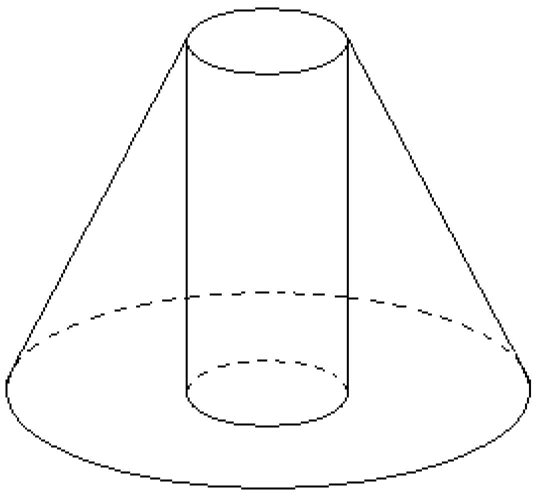
2. Prueba que la intersección de las bisectrices de los ángulos interiores de un paralelogramo forma siempre un rectángulo.

3. En un triángulo se cumple que la suma del ángulo mayor y el mediano supera en $90^0$ al ángulo menor y la suma del menor con el mayor es $15^0$ menos que el doble del mediano.
   Calcula el valor de la tangente de la suma de los ángulos mediano y mayor.

4. Prueba que para toda $x \in R$ se cumple:

$$\operatorname{sen}(x+45^0)\cdot\operatorname{sen}(x-45^0)=\frac{\cos 2x}{2}$$

5. A un cono circular recto de madera se le hizo una perforación cilíndrica longitudinal por el centro de su base, hasta atravesarlo completamente.
   El diámetro de la perforación es 6,0 cm, el diámetro de la base del cono es 18 cm y la longitud de la perforación es 10 cm. Calcula el volumen de la pieza de madera resultante.



# PRUEBA 64 DE ENTRENAMIENTO

1. Determina, en el intervalo $\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$, las soluciones de la ecuación siguiente:

$$7^{3\mathrm{senx}+1} = 49^{\mathrm{senx}} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{\cos^2 x}$$

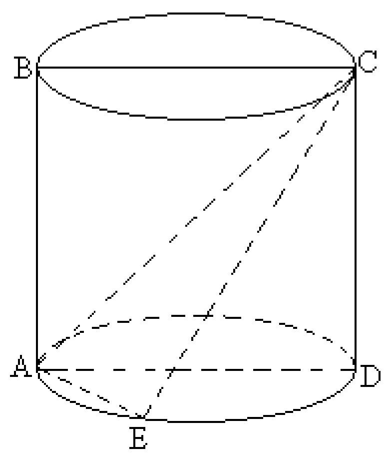
2. El lado base de un triángulo isósceles mide 8,0 cm y las alturas correspondientes a sus lados iguales miden 4,0 cm.
   a) Clasifica el triángulo de acuerdo con la amplitud de sus ángulos.
   b) Calcula el área del triángulo.

3. Tres números enteros consecutivos cumplen la condición siguiente: El cuadrado del número mayor, multiplicado por el número mediano da 24 veces el número menor. Calcula la suma de estos tres números.

4. Determina para cuáles valores del intervalo $0 \le x \le 2\pi$ está definida la función siguiente:

$$f(x) = \sqrt{\cos^4 x + \cos^2 x + 2\mathrm{senx} - 2}$$

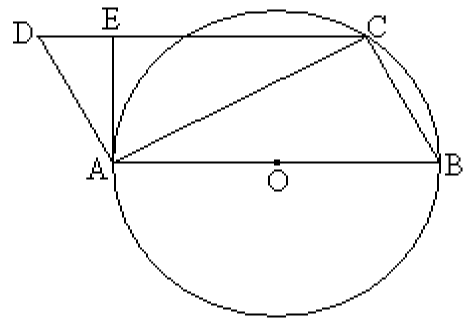
5. En el cilindro circular recto representado en la figura, se conoce que ABCD es un cuadrado de 144,5 $cm^2$ de área y $\overline{AD}$ es el diámetro de la base. E es un punto de la circunferencia en la base.
   a) Prueba que el $\triangle AEC$ es rectángulo.
   b) Si $\overline{EC} = 15$ cm, calcula el área de $\triangle AEC$.



## PRUEBA 65 DE ENTRENAMIENTO

1. Halla si existen, todas las soluciones de la ecuación siguiente:
   $\log_4\left(4^x - 4\right) - \log_4\left(2^x - 2\right) = x$

2. En la circunferencia de centro O y diámetro $\overline{AB} = 26$ cm, ABCD es un paralelogramo. $\overline{AE}$ es tangente a la circunferencia en A y la cuerda $\overline{AC}$ mide 24 cm.
   a) Prueba que $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.
   b) Calcula el área del $\triangle ADE$.




3. Hay 90 L de alcohol distribuidos en dos recipientes de cristal idénticos A y B. Del recipiente A se extrae la cuarta parte del líquido y se vierte en el B; luego se extraen 15 L del recipiente B y se vierten en el A y ahora los dos recipientes tienen la misma cantidad de alcohol.
   ¿Qué cantidad tenía cada recipiente al inicio?

4. Calcula y expresa el resultado en notación decimal en la expresión siguiente:
$$\frac{2\operatorname{sen}\left(-\frac{7\pi}{6}\right) + \log 0{,}001 \cdot 49^{\log_7 \frac{1}{3}}}{2^{1-\log_2 \frac{1}{5}} \cdot \tan 570^0 + \log_6 4 + \log_6 9}$$

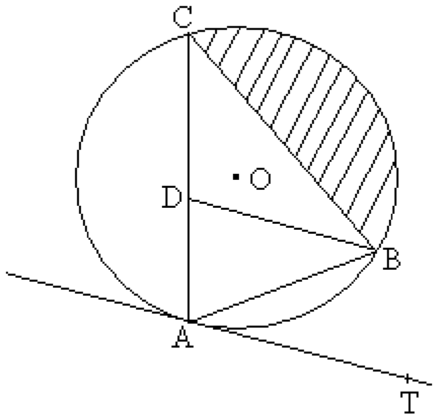
5. A un grupo de alumnos se le propone la tarea de calcular el volumen de muchas pirámides regulares de base triangular, donde los únicos datos conocidos son la arista *l* de la base y el ángulo de inclinación $\alpha$ de las aristas laterales respecto de la base de cada pirámide. Una alumna dijo que para todos los casos se puede utilizar la fórmula siguiente:
$$V = \frac{l^3 \cdot \tan\alpha}{12}$$
   Y con ésta trabajaron toda la tarea.
   Prueba que la alumna tenía razón.

# PRUEBA 66 DE ENTRENAMIENTO

1. Halla todas las soluciones de la ecuación siguiente:

$$\sqrt{\log_2 x \cdot \log_2 \frac{x}{4}} - 15^{\log_9 3} = 0$$

2. En la circunferencia de centro O y radio de 4,0 cm, $\overline{TA}$ es tangente a la misma en A y $\overline{BD} \,||\, \overline{AT}$. B y C son puntos de la circunferencia, con $\angle DBA = 38^0$ y arco $AC = 144^0$.
   a) Calcula la amplitud del $\angle CDB$.
   b) Calcula el área de la región rayada.




3. Simplifica, si es posible, la expresión trigonométrica A tanto como sea posible.

$$A = \frac{\operatorname{sen}^3 x(1+\cot x) + \cos^3 x(1+\tan x)}{\dfrac{2\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} 2x}{2\operatorname{sen} x}}$$

4. Un tanque contiene una mezcla de alcohol y agua. Si se añaden 8 L de alcohol, la mezcla contendrá 90 % de alcohol; por el contrario, si se le añaden 8 L de agua, entonces la mezcla contendrá 75 % de alcohol. Halla la cantidad de alcohol inicial y de agua en esta mezcla.

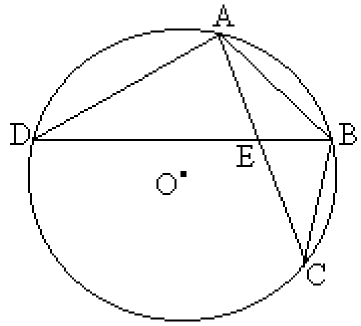
5. De un ortoedro se conocen los datos siguientes:
   El perímetro del rectángulo base es 210 cm; su diagonal interior mide 100 cm y forma un ángulo de $41{,}3^0$ con la base.
   Calcula su área lateral.

PRUEBA 67 DE ENTRENAMIENTO

1. Resuelve la ecuación siguiente:

$$4^{x}-3^{x-\frac{1}{2}}=3^{x+\frac{1}{2}}-2^{2x}$$

2. En la circunferencia de centro O y radio 20 cm, las cuerdas $\overline{DB}$ y $\overline{AC}$ se cortan en E. Se sabe que el $\triangle ABC$ es isósceles, con $\angle ABC = 120^0$. Además, $\overline{DB} = 38$ cm y $\overline{AE} = 15$ cm. Calcula el área del $\triangle ADB$.

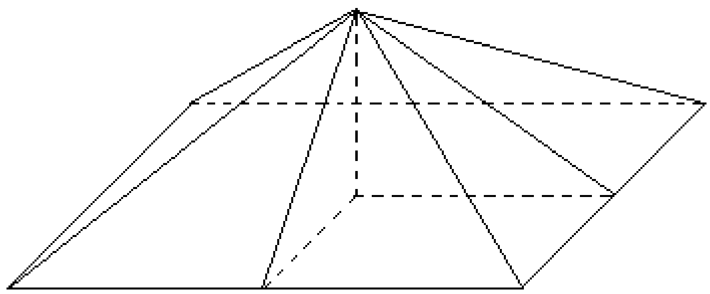



3. Resuelve la desigualdad:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_3(4x^2-5x+1)} \geq 1$$

4. Se dispone de tres números pares consecutivos, tales que la suma de los cuadrados de los dos menores supera en 48 al cuadrado del número mayor.
   Calcula el semiproducto de esos tres números.

5. Una pirámide recta tiene por base un rectángulo y su altura mide 4,0 cm. las caras laterales forman ángulos de $30^0$ y $45^0$ con el rectángulo base. Calcula el área lateral y el volumen de la pirámide.



## PRUEBA 68 DE ENTRENAMIENTO

1. Resuelva la ecuación siguiente:

$$(\sqrt{2})^{\frac{2x^2}{\sqrt{x^2+5}}} = 16^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}}$$

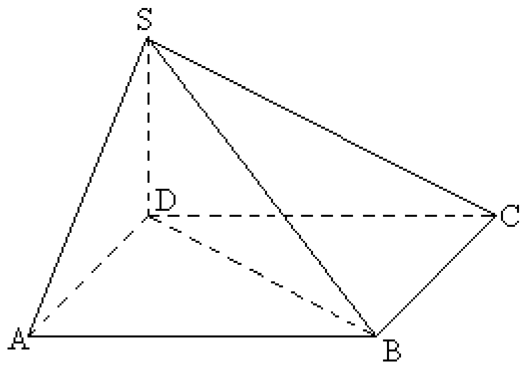
2. Una recta *r* del plano coordenado forma con el semieje positivo X un ángulo de $122^0$ y corta a los ejes X e Y en puntos A y B de coordenadas positivas, de manera que el $\triangle$AOB que forma con el origen tiene un área de 20 $u^2$.
   Escribe una ecuación de esa recta.

3. Determina para cuáles números reales x está definida la función:

$$g(x) = \frac{\pi}{\log(3 - 2|x| - x^2)}$$

4. Juan presentó dificultades en el primer examen de Español y se comprometió con su profesora a obtener mejor calificación en el segundo examen, y lo logró. El promedio de las calificaciones en ambos exámenes fue de 94,5 puntos. La diferencia entre las calificaciones es igual a 10 % de la calificación que obtuvo en el primer examen.
   ¿Cuáles fueron las calificaciones en ambos exámenes?

5. La figura muestra una pirámide ABCDS de base rectangular, con altura $\overline{SD}$. Se trazó la diagonal $\overline{BD} = 20$ cm y con ello apareció la pirámide DBCS de 250 $cm^3$ de volumen, donde $\angle DBC = 60^0$.
   a) Calcula el perímetro de la base ABCD.
   b) Calcula el área del $\triangle$BCS.



## PRUEBA 69 DE ENTRENAMIENTO

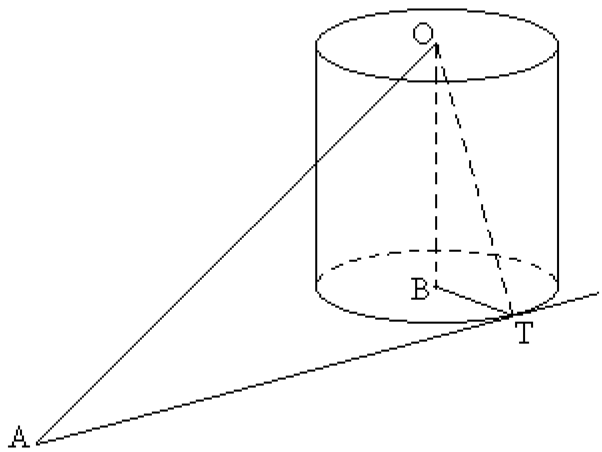
1. Resuelve la ecuación siguiente:
   $\log_3(9^x - 2 \cdot 3^x - 2) + 1 = x$

2. En el círculo de centro en O y diámetro $\overline{ED}$, la cuerda $\overline{AB}$ mide 18 cm y el diámetro la corta en su punto medio C, de manera que $\overline{CD} = 3,0$ cm.
   Calcula el área de la región sombreada.

3. ¿Cuáles son los valores de $k \in R$ que hacen que las soluciones del sistema:
   $kx + 4y = 1$
   $x + ky = 2$
   tengan siempre valores positivos?

4. Ricardo puede pintar un ómnibus en 6 h. Carlos necesita 2 h más que Ricardo para pintar el mismo ómnibus.
   Para pintar dos ómnibus, trabajando de conjunto, ¿qué tiempo consumirán si al terminar el primer ómnibus tendrán que disponer obligatoriamente de 1 h de descanso para almorzar?

5. En la figura se representa un cilindro circular recto de altura $\overline{OB}$ y radio $\overline{BT} = 6,0$ cm $\overline{AT}$ es tangente al círculo base en T. Se trazaron los triángulos OAT y OBT, con $\overline{OA} = 20$ cm y $\angle OAT = 30^0$.
   A está en el plano de la base del cilindro.
   Calcula el área lateral del cilindro.



# PRUEBA 70 DE ENTRENAMIENTO

1. Halla, si existen, los puntos de intersección de las funciones siguientes, para: $0 \leq x \leq 2\pi$.
   $f(x) = (\tan x)^{\cos 2x}$ y $g(x) = (\cot x)^{\operatorname{sen} x}$

2. El lado $\overline{AB}$ del cuadrado ABCD es una cuerda de la circunferencia de centro O. $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$ se prolongaron hasta cortar la circunferencia en F y E, respectivamente. Si arco EF = $30^0$ y $\overline{CE}$ = 12,94 cm, calcula la diferencia entre las áreas del círculo y el cuadrado.

3. Verifica que la función $h(x) = \log_k(6 - x - x^2)$ no existe cuando: $k = x^2 + 2x - 8$ .

4. Los alumnos del décimo grado recogieron \$ 100.00 de lo ganado por ellos durante las BET para comprar exactamente un bate, una pelota, un guante, y completar así el equipo de béisbol del instituto.
   Eduardo dice:
   — Con lo que cuesta el bate se pueden comprar dos pelotas, un guante y sobran \$7.00; yo traigo el bate mío.
   María expresa:
   — Si recogemos \$ 21.00 más pudiéramos comprar cuatro guantes, una pelota y usamos el bate de Eduardo. ¡Oigan!
   Cada guante cuesta más de \$ 20.00.
   ¿Cuál es el precio de cada implemento deportivo?

5. La pirámide ABCS tiene por base un triángulo rectángulo de catetos $\overline{AB}$ = 30 cm y AC = 40 cm; su altura es $\overline{SA}$ y su volumen es 6,4 $dm^3$.
   Calcula el área de $\triangle BCS$.