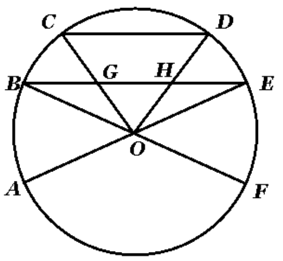
Ejercicios de Geometría Plana

1. En la C(O, $\overline{OA}$), B, C, D, E y F son puntos de la circunferencia,

$\angle$BOD = $\angle$COE. $\overline{BF}$ y $\overline{AE}$ diámetros



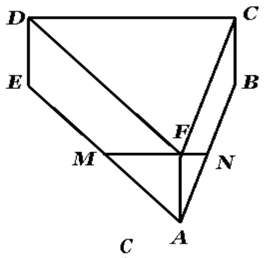
Prueba que:

a) ΔGOH es isósceles.

b) CDHG es un trapecio isósceles.

c) ΔGOH ~ ΔCOD.

2. En la figura ABCF y AFDE paralelogramos, M y N puntos medios de $\overline{AE}$ y $\overline{AB}$ respectivamente.

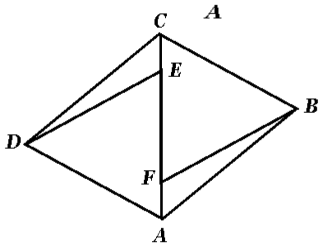


a) Prueba que: ΔMAN ~ ΔCDF.

b) Si $A_{\Delta MAN}$= 7,5 cm^2 , calcula el área del Δ DFC

3. En la figura ΔBCF = ΔAED e isósceles de bases

$\overline{CF}$ y $\overline{AE}$ respectivamente.

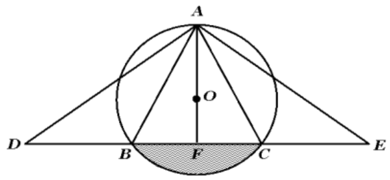


Prueba que:

a) ΔCDE = ΔABF

b) ABCD es un paralelogramo.

4. En la C(O; $\overline{OA}$), $\overline{AF} \perp \overline{DE}$, $\overline{DF} = \overline{EF}$, los arcos AB y AC son iguales y los puntos D, B, F, C y E alineados.



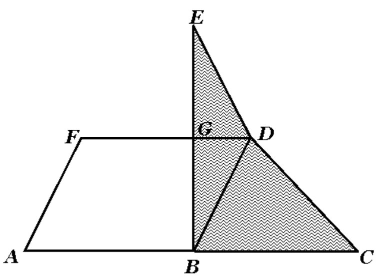
Prueba que:

a) ΔABD = ΔACE

b) Calcula el área sombreada si $\angle$BAC = 50º y $\overline{OA}$ = 6,0 cm.

5. En la figura ABDF es un paralelogramo,

B: punto medio de $\overline{AC}$, ΔBDE isósceles de base $\overline{BE}$, $\overline{FD} \perp \overline{BE}$.



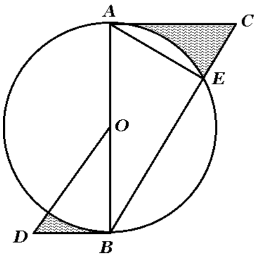
a) Prueba que: $\overline{FE} = \overline{DC}$

b) ¿Es $\overline{AE} = \overline{CE}$? Fundamenta.

c) Si $\overline{FD} = \overline{BE}$ = 6,0 cm y $\angle$DBC = 2·$\angle$E,

calcula el área sombreada.

6. En la circunferencia C(O; $\overline{OE}$), $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ tangentes a la circunferencia en A y B respectivamente, $\overline{OD} \parallel \overline{BC}$ y $\angle$ACB = 60º, $\overline{AB}$ diámetro.



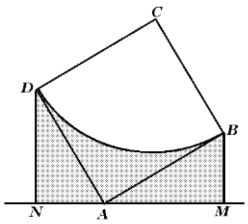
a) Prueba que:

- ΔDBO ~ ΔABC
- ΔDBO = ΔAEC

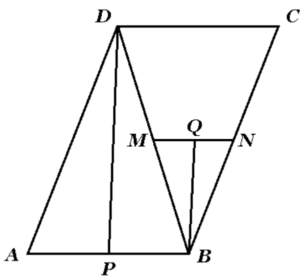
b) Si $\overline{AE}$ = 8,0 cm, calcula el área sombreada

7. En la figura ABCD es un cuadrado, $\overline{DN}$ y $\overline{BM}$ las distancias de los vértices D y B a la recta AM.

Si $\overline{DN}$ = 8,0 cm y $\overline{BM}$ = 6,0 cm, calcula el área sombreada al trazar el arco BD con centro en C.



8. En la figura ABCD es un paralelogramo,



$\overline{MN}$: paralela media del ΔBCD,

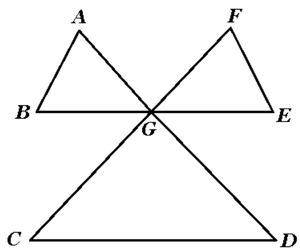
$\overline{DP}$: mediana del ΔABD,

$\overline{BQ}$: mediana del ΔMBN.

Demuestra que:

a) ΔAPD ~ ΔBNQ .   b) $\overline{DP} \parallel \overline{BQ}$.

9. En la figura ΔCDG: isósceles de base $\overline{CD}$,



G: punto medio del $\overline{BE}$, $\overline{AD} = \overline{CF}$,

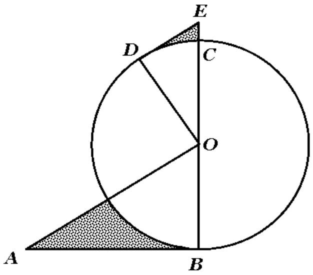
$\angle$BGD = $\angle$CGE.

Demuestra que:

a) ΔABG = ΔFGE.

b) $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$.

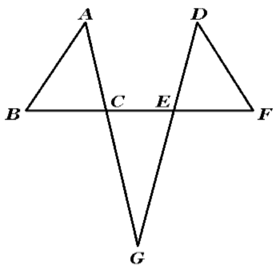
10. En la C(O; $\overline{OC}$), $\overline{BC}$: diámetro, $\overline{AB}$ y $\overline{DE}$ tangentes a la circunferencia en B y D respectivamente, $\overline{OD} \perp \overline{OA}$.



a) Prueba que: $\Delta OAB \sim \Delta OED$.

b) Si $\angle DEO = 60º$ y $\overline{OC} = 4{,}8$ cm ; calcula el área sombreada.

11.



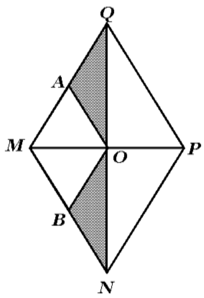
En la figura B, C, E y F puntos alineados, $\overline{DF} \parallel \overline{AG}$, $\overline{AB} \parallel \overline{DG}$, $\overline{BE} = \overline{CF}$. Prueba que:

a) $\Delta ABC = \Delta DEF$.

b) $\Delta DEF \sim \Delta CGE$.

c) ABFD: trapecio.

12. En el rombo MNPQ, A es punto medio del $\overline{MQ}$, $\overline{OM}$: bisectriz del $\angle AOB$.



a) Prueba que: $\Delta OAM \sim \Delta MPQ$.

b) Prueba que: $\Delta OAM = \Delta OBM$.

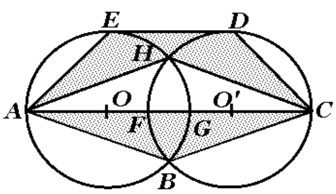
c) Demuestra que AMBO es un rombo.

d) Calcula el área sombreada si $\angle OQP = 22{,}5º$ y $\overline{AM} = 3{,}6$ cm

13. Demuestra que el área de un rombo se calcula por la expresión **$A = a^2 \text{sen}\alpha$** con: $0 < \alpha < 180º$ y a: lado del rombo.

14. Calcula el área sombreada sabiendo que:

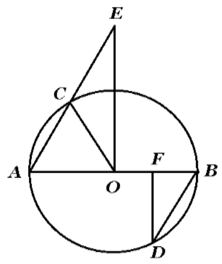
F: punto medio del $\overline{OG}$, $\overline{EO} \parallel \overline{O'D}$



$C(O;\ \overline{OG}) \cap C'(O';\ \overline{OF'}) = \{H, B\}$

$\overline{OG} = \overline{O'F} = 6{,}0$ cm , $\overline{EO} \perp \overline{AC}$, $\overline{ED} \parallel \overline{AC}$

15. En la circunferencia $C(O;\overline{OB})$, $\overline{FD}$: mediatriz del $\overline{OB}$, $\overline{AB}$: diámetro, los arcos BC y AD son iguales y C: punto medio del $\overline{AE}$.



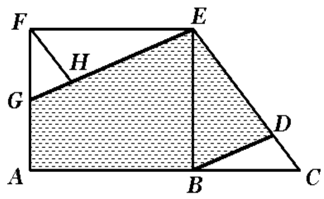
Demuestra que:

a) $\Delta FDB \sim \Delta AOE$ b) ΔAOE rectángulo.

c) ΔAOC equilátero

d) Calcula el área del ΔOEC si $\overline{OB} = 6{,}0$ cm

16. En ACEF trapecio rectángulo en A, $\overline{EB} \perp \overline{AC}$; $\overline{FH} \parallel \overline{EC}$; $\overline{EG} \parallel \overline{BD}$; G: punto medio de $\overline{AF}$.



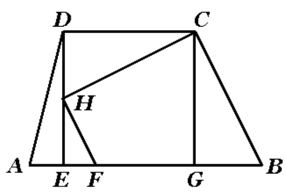
a) Prueba que: $\Delta EFH \sim \Delta BCD$ y $\Delta FGH \sim \Delta EBD$.

b) Calcula el área sombreada sabiendo que:

$\overline{EF} = 4{,}0$ cm; $\overline{AC} = 7{,}0$ cm y $\overline{AF} = 3{,}0$ cm

c) Demuestra que: $\overline{FH}$ es bisectriz del $\angle F$.

17. En el cuadrado CDEG, $\overline{DE}$: mediatriz del $\overline{AF}$, $\overline{DH} = \overline{AF} = \overline{GB}$, H: punto medio de $\overline{DE}$.

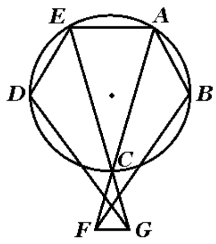


a) Demuestra que: $\Delta EFH \sim \Delta BCG$ y BCHF es un trapecio rectángulo.

b) ¿Son los triángulos DHC y BCG iguales? Fundamenta.

c) Si $\overline{CD} = 12$ cm, halla el área de BCHF.

18. En la C(O; $\overline{OC}$) los arcos DE y AB ;DC y BC son iguales; $\overline{CF} = \overline{CG}$; $\overline{EG} \cap \overline{AF} = \{C\}$.



Demuestra que:

a) ΔAFB = ΔEDG

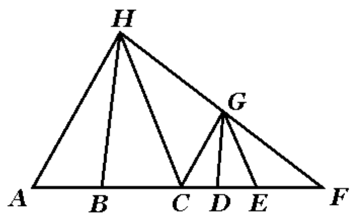
b) ΔAEC ~ ΔFGC

19. En el ΔAFH, B: punto medio del $\overline{AC}$,

C: punto medio del $\overline{BE}$,

E: punto medio del $\overline{CF}$,

$\overline{CG}$: paralela media del ΔAFH y B, C, D y E puntos de $\overline{AF}$



Demuestra que:

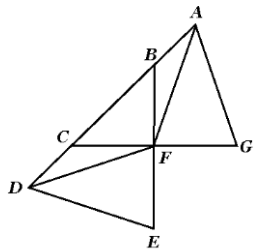
a) ΔACH ~ ΔCEG

b) ΔHCF ~ ΔGEF

c) $\overline{GE}$: paralela media del ΔHCF

20. En la figura, ΔBCF: isósceles de base $\overline{BC}$

F: punto medio de $\overline{BE}$ y $\overline{CG}$, $\overline{DC} = \overline{AB}$.



a) Prueba que: ΔACG = ΔBDE

b) Demuestra que el ΔADF es isósceles.

c) Demuestra que ADEG es un trapecio isósceles.

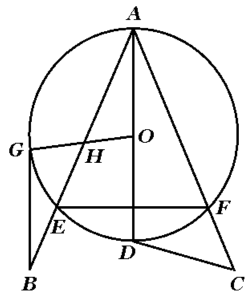
d) ¿Qué otros triángulos son iguales? Fundamenta.

e) Halla el área de la figura si $\angle$DBE = 45º, $\overline{BF}$ = 4,0 cm y $\overline{AB} = \sqrt{2}\ cm.$

f) Si existe alguna recta notable en la figura identifícala y fundamenta tu respuesta.

21. En la C(O; $\overline{OA}$), G, E, D y F son puntos de la circunferencia, $\overline{AD}$: diámetro, $\overline{AD} \perp \overline{EF}$, $\overline{BG} \parallel \overline{AD}$, $\overline{OA} = \overline{BG}$, $\angle GOA = \angle ADC$,

H: punto medio del $\overline{OG}$

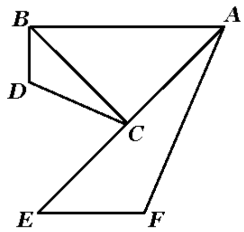


a) Demuestra que: $\Delta BHG \sim \Delta ADC$.

b) Si $A_{\Delta AOH} = 5{,}0\ dm^2$, calcula el área del ΔADC.

c) Prueba que: $\overline{CD} = \overline{GB}$.

22. En la figura el ΔABC es rectángulo e isósceles de base $\overline{AB}$, C: punto medio del $\overline{AE}$, $\overline{BD} \perp \overline{EF}$ y $\overline{EF} = 2 \cdot \overline{BD}$

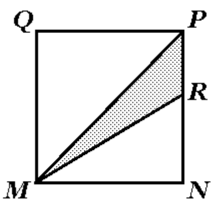


a) Prueba que: $\Delta CBD \sim \Delta AEF$.

b) Calcula el área del ΔABC si, $\angle A = 67{,}3^o$;

$\overline{AF} = 4{,}8$ dm y $\overline{EF} = 24$ cm.

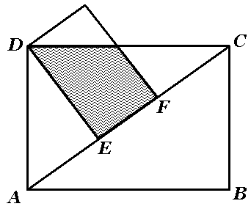
23.



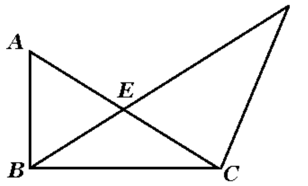
El cuadrado MNPQ tiene 60 mm de lado y $\angle RMN = 2 \cdot \angle PMR$.

Calcula el área sombreada.

24. En la figura ABCD y DEFG son rectángulos, $\overline{AB} = 4{,}0$ cm ; $\overline{BC} = 3{,}0$ cm ; $\overline{AE} = \overline{FC} = 1{,}8$ cm ; E $\in \overline{AC}$; F $\in \overline{AC}$. Calcula el área sombreada.



25.

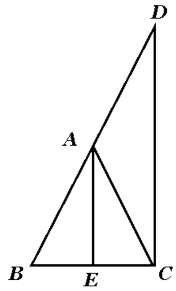


Sea E el circuncentro del ΔABC; $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, $\overline{BC} = \overline{CD}$.

a) Prueba que: $\Delta BCE \sim \Delta BCD$.

b) Si $\angle A = 50^o$, calcula la amplitud del $\angle BCD$

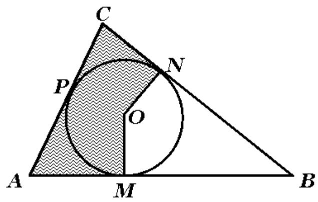
26. Sea el ΔABC isósceles de base $\overline{BC}$, $\overline{AE}$: mediana, $\angle EAC = \angle CDA$



a) Prueba que: ΔACD isósceles, AECD: trapecio, y A circuncentro del ΔBCD.

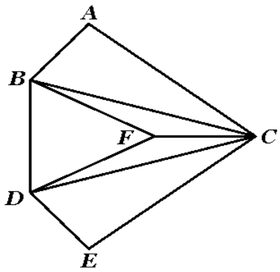
b) Si $\angle BAC = 45º$ y $\overline{AC}$ = 3,0 cm, calcula la longitud del $\overline{CD}$.

27. En el triángulo ABC, O es el incentro. Calcula el área sombreada si, $\overline{BC}$ = 8,1 cm; $\overline{AC}$ = 7,2 cm; $\overline{AM}$ = 5,4 cm y $\angle B = 37{,}4º$



a) Calcula la longitud de la circunferencia inscrita.

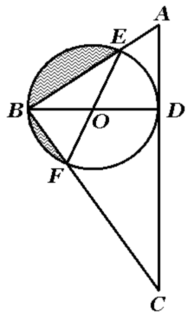
28. En la figura, ΔBDF isósceles de base $\overline{BD}$, $\overline{FC}$ bisectriz del $\angle ACE$, $\angle BFC = \angle DFC$ y $\overline{AC} = \overline{CE}$.



a) Prueba que: $\overline{AB} = \overline{DE}$.

b) ΔBCD isósceles.

29. En la figura, $\overline{EF}$ y $\overline{BD}$ son diámetros de la circunferencia de centro O. $\overline{AC}$ es tangente en D, los puntos B, F y C están alineados, al igual que B, E y A .



a) Demuestra que: $\Delta BCD \sim \Delta ABD$

b) Calcula el área sombreada si: $\overline{AD} = 2\sqrt{3}$ cm y $\angle ACB = 30º$.

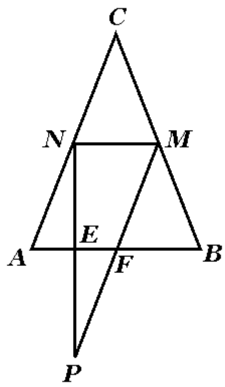
30. En el Δ ABC isósceles de base $\overline{AB}$,

$\overline{MN}$ es una paralela media. F punto medio de $\overline{AB}$,

$\overline{NP}$ mediatriz de $\overline{AF}$ y M, F y P puntos alineados.

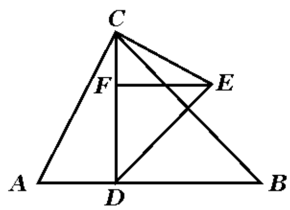
a) Prueba que: $\Delta MNP \sim \Delta AEN$ y $\Delta MCN = \Delta BMF$.

b) Halla el área del ΔAEN, conociendo que $\angle P = 30^o$ y $\overline{AB} = 8{,}0$ cm.



31. Demuestra que todo segmento que pasa por el centro de un paralelogramo y tiene sus extremos en los lados opuestos, el centro del paralelogramo es su punto medio.

32. En el ΔABC, $\overline{CD}$ altura. ΔCDB isósceles de base $\overline{BC}$, $\overline{EF}$: altura del ΔCDE e igual a $\overline{FD}$, $\overline{CE} \perp \overline{AC}$.



a) Prueba que: $\Delta ABC \sim \Delta CDE$.

b) Demuestra que: $\overline{FE} \cdot \overline{DB} = \overline{CD} \cdot \overline{FD}$.

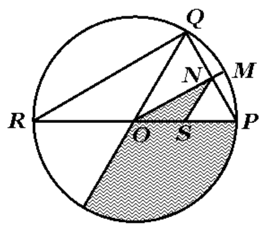
c) ¿Es $\overline{ED} \perp \overline{BC}$? Fundamenta.

d) ¿Son los triángulos CFE y ADC semejantes? Fundamenta.

33. En un cuadrado ABCD de lado “a”, E es el punto medio del lado $\overline{AB}$ y F el punto medio del lado $\overline{BC}$. Calcula el área del ΔDEF.

34. Un vértice de un triángulo equilátero de lado a es el centro de una circunferencia tangente al lado opuesto. ¿Qué porciento representa el área del sector circular así determinado del área del triángulo dado?

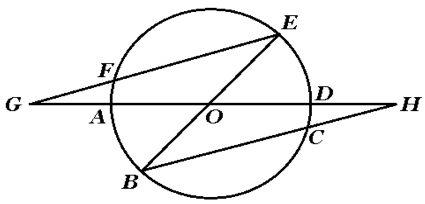
35. En la C(O; $\overline{OM}$), P, Q y R son puntos de la circunferencia, $\overline{PR}$: diámetro, $\overline{OM} \perp \overline{PQ}$ y $\overline{NS}$: mediana del ΔNOP.



a) Demuestra que: $\Delta OQR \sim \Delta OSN$ y $\Delta OPQ \sim \Delta NSP$

b) Si $\overline{OR} = \overline{PQ}$ = 5,0 cm; calcula el área sombreada.

36. En la C(O; $\overline{OA}$), B, C, D, E y F son puntos de la circunferencia: $\overline{EB}$ diámetro los arcos BF y EC son iguales y los puntos G, A, O ,D y H alineados. Demuestra que:

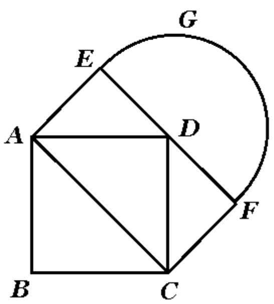


a) $\Delta GOE = \Delta BHO$ b) $\overline{GE} \parallel \overline{BH}$

c) $\overline{GF} = \overline{CH}$ d) los arcos AF y DC son iguales

e) ¿Podemos decir que el cuadrilátero GBHE es un paralelogramo? Fundamenta.

37.



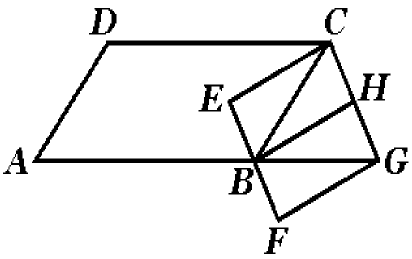
Calcula el área de la figura sabiendo que: ABCD es un cuadrado, $\overline{AE} \parallel \overline{CF}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AE} \perp \overline{AC}$, EGF semicircunferencia de centro D y $\overline{BC}$ = $4\sqrt{2}$ cm.

a) Prueba que: $\dfrac{A_{\Delta ADE}}{A_{\Delta ABC}} = \dfrac{1}{2}$

38. Demuestra que en todo paralelogramo las bisectrices de dos ángulos consecutivos son perpendiculares.

39. En la figura ABCD es un paralelogramo, ΔCBG isósceles de base $\overline{CG}$,

$\overline{BH} \,||\, \overline{FG}$, B $\in$ $\overline{\mathrm{EF}}$, $\overline{\mathrm{BH}} = h_{\overline{CG}}$, $\overline{BE}$: bisectriz del $\angle$ABC, $\overline{CE}$: bisectriz del $\angle$BCD, A, B y G alineados

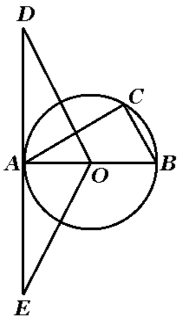


a) Prueba que CEFG es un rectángulo y que B es el punto medio de $\overline{\mathrm{EF}}$

b) Si $\overline{\mathrm{BH}}$ = 4,0 cm, $\overline{\mathrm{AB}}$ = 8,0 cm y $\angle$BCD = 73,8º ; calcula las diagonales del paralelogramo ABCD.

40. La base de un triángulo mide 27,3 unidades, los ángulos en la base miden 30º y 45º respectivamente. Con centro en el vértice opuesto a la base del triángulo y con radio igual a la altura trazada desde dicho vértice se construye un círculo. Halla el área de la parte del triángulo fuera del círculo.

41. En la C(O;$\overline{\mathrm{OA}}$) se tiene: $\overline{\mathrm{AB}}$ diámetro, $\overline{\mathrm{DE}}$ tangente a la circunferencia en A, $\overline{\mathrm{OD}} \perp \overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{OA}}$, A punto medio de $\overline{\mathrm{DE}}$.

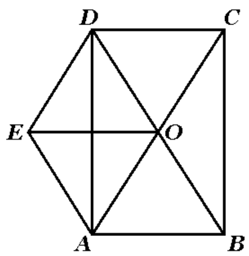


a) Demuestra que: ΔAOE = ΔABC.

b) Prueba que el ΔDOE es isósceles.

c) Si $\overline{\mathrm{OA}}$ = 3,0cm , calcula el área del ΔDEO.

42.



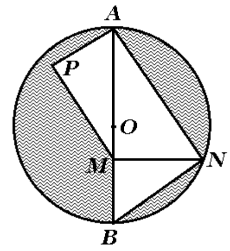
En la figura ABCD es un rectángulo y AODE un rombo. Demuestra que el área del rectángulo ABCD es el doble de la del rombo AODE.

43. En la C(O;$\overline{OA}$) se tiene: $\overline{AB}$ diámetro, APMN trapecio rectángulo en P y A de bases $\overline{MP}$ y $\overline{AN}$.

Si $\angle PMA = 30^{o}$, $\overline{AP} = 3.0$ dm y $\overline{MB} = 2,0$ dm ;

a) prueba que: $\dfrac{\overline{AP}}{\overline{BN}} = \dfrac{\overline{AM}}{\overline{AB}}$,

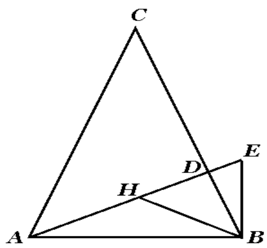
b) calcula el área sombreada.



44. En el ΔABC isósceles de base $\overline{AB}$, $\overline{AD} = h_{\overline{BC}}$, por el vértice B se ha trazado una perpendicular a $\overline{AB}$ que corta en E a la prolongación de $\overline{AD}$ y $\overline{BH}$ es la mediana correspondiente al lado $\overline{AE}$ del ΔABE.

a) Demuestra que: $\Delta ABC \sim \Delta BEH$.

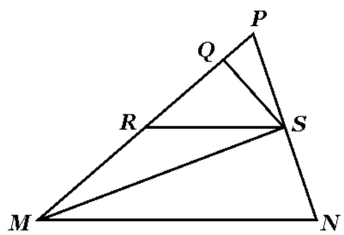
b) Si $A_{\Delta ABE} = 24\ cm^2$ y $\overline{EB} = 60$ mm, calcula el perímetro del ΔABC.

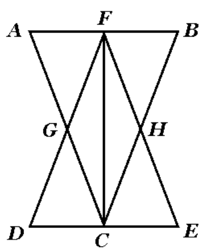


45. En la figura $\overline{MS}$ es la mediana correspondiente al lado $\overline{NP}$ del ΔMNP, R es el punto medio del lado $\overline{MP}$. El ΔMRS es isósceles de base $\overline{MS}$ y $\overline{QS} \perp \overline{MP}$.

a) Probar que: $\overline{PS} \cdot \overline{MS} = \overline{MP} \cdot \overline{QS}$

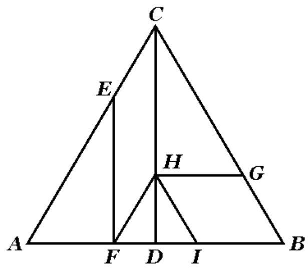
b) Si el $\angle MNP = 75^{o}$ y $\overline{MR} = 12$ dm, calcula el área del ΔSPR.



46. 

La figura muestra los triángulos ABC y DEF isósceles de bases iguales $\overline{AB}$ y $\overline{DE}$ respectivamente de altura común $\overline{FC}$. Prueba que FGCH es un rombo.

47. Sea el ΔABC equilátero, EFHC y BGHI paralelogramos, $\overline{CD}$ altura del ΔABC.



a) Demuestra que: $\Delta AFE \sim \Delta FDH \sim \Delta CHG$.

b) Prueba que: $\Delta FDH = \Delta IHD$.

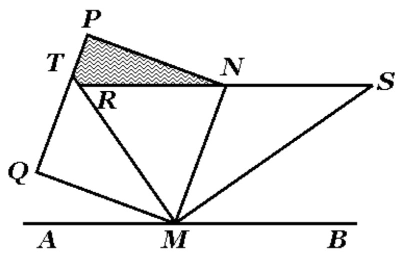
c) ¿Es el ΔFIH equilátero? Fundamenta.

d) Si $\overline{AB}$ = 6,0 cm y $\overline{AF}$ = 2,0 cm. Calcula el área de los triángulos formados y de los paralelogramos.

48. En una circunferencia de centro O y 15 cm de diámetro se tienen dos Cuerdas $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ de forma tal que la cuerda $\overline{BC}$ es perpendicular al diámetro de extremo A y dista 4,5 cm del centro O, halla las longitudes de las cuerdas.

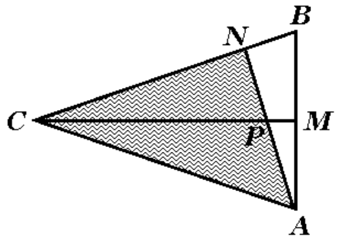
49. En una circunferencia de 25 cm de radio se han trazado dos cuerdas paralelas de 14 y 4,0 cm de longitud respectivamente. Calcula la distancia entre las cuerdas.

50. Prueba que el $\Delta MTQ \sim \Delta MSR$ sabiendo que el cuadrilátero MNPQ es un cuadrado, $\overline{MS}$ y $\overline{MT}$ bisectrices de los ángulos NMB y AMN respectivamente, $\overline{RS} \parallel \overline{AB}$, M $\in$ AB y R $\in \overline{MT}$ como se muestra en la figura.



a) Si $\overline{MN}$ = 25 cm y $\angle S = 25^o$, calcula el área sombreada.

51. La figura muestra el ΔABC isósceles de base $\overline{AB}$ donde $\overline{CM}$ es la mediana relativa a ese lado, $\overline{AN} \perp \overline{BC}$ y, $\overline{CM}$ y $\overline{AN}$ se intersecan en P.



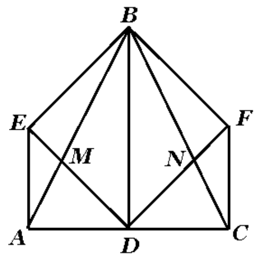
a) Prueba que: Δ BCM ~ ΔABN.

b) ¿Es $\angle$ACB = 2·$\angle$NAB? Fundamenta.

c) Si $\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ y $A_{\Delta ABN}$= 7,5 cm^2, calcula el área rayada.

52. En un triángulo equilátero de lado 6,0 cm se han inscrito tres círculos iguales tangentes dos a dos. Determina el radio de los círculos y qué por ciento ocupan del área del triángulo.

53. En la figura ΔACB isósceles de base $\overline{AC}$, DFBE es un cuadrado cuya diagonal $\overline{BD}$ es altura del ΔACB y $\overline{AM} = \overline{CN}$. Prueba que:

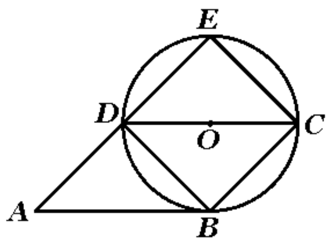


a) $\overline{EA} = \overline{CF}$

b) ΔDBM = ΔDNB.

c) ΔNBD ~ ΔCFN si $\overline{FC} \perp \overline{BD}$.

54. En la circunferencia C(O; 5,0cm), B, C, D y E son puntos de la circunferencia, $\angle$ABC = 135º, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AB}$ tangente a la circunferencia en B, $\overline{AD}$ prolongación de $\overline{ED}$ y los arcos DE y BC son iguales.

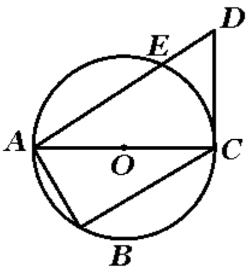


a) Prueba que ABCD es un paralelogramo y que BCED es un cuadrado.

b) ¿Es ABCE un trapecio? Fundamenta.

c) Calcula la amplitud del $\angle$A y la longitud del $\overline{BD}$.

55. En la circunferencia C(O;$\overline{OA}$), B, C, y E son puntos de la circunferencia,



$\overline{AC}$ diámetro, $\overline{DC}$ tangente a la circunferencia en C, $\overline{AB} = \overline{OA}$, $\overline{AD} \perp \overline{AB}$.

a) Demuestra que ABCD es un trapecio.

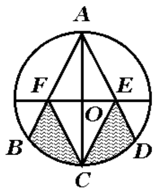
b) Prueba que: $\Delta ABC \sim \Delta ACD$.

c) Establece la proporcionalidad entre los lados homólogos.

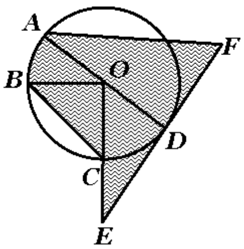
d) Determina la razón de semejanza.

e) Calcula el área de ABCD.

56. En la circunferencia C(O;$\overline{OA}$), $\overline{AC}$ es un diámetro, el arco BD mide 120º, $\overline{OA}$ = 6,0 cm y AFCE es un rombo. Calcula el área sombreada.



57.



En la circunferencia C(O;$\overline{OA}$), B, C, y D son puntos de la circunferencia, $\overline{OA}$ = 5,0 cm, $\overline{AD}$ diámetro, $\overline{EF}$ tangente en D, $\overline{AF} \parallel \overline{OB}$ y $\overline{OB} \perp \overline{OE}$, $\angle$E = 30º , O, C y E puntos alineados.

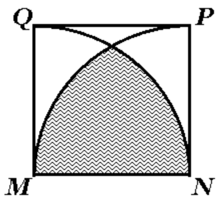
a) Prueba que: $\Delta OED \sim \Delta ADF$

b) Calcula el área sombreada.

58. La sección transversal de una pieza tiene forma de triángulo equilátero con una perforación circular en el centro. El lado del triángulo es de 6,0 cm y el radio del hueco es la mitad de la distancia del centro del triángulo al lado. calcula el área de la sección transversal.

59. En el cuadrado ABCD con centro en A y C se trazan los arcos BD de radio 6,0 dm. Calcula el área formada entre los arcos.

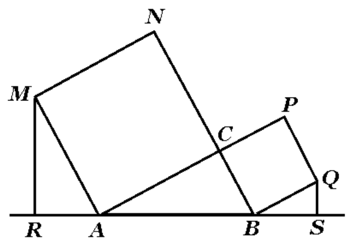
60. En el cuadrado MNPQ con centro en M y N se trazan los arcos NQ y MP de radio $\overline{MN} = 4,2$ cm. Calcula el área sombreada.



61. Haciendo centro en un vértice de un triángulo equilátero de 4,0 cm de lado se trazó una circunferencia de radio igual a la distancia del vértice al centro de gravedad del triángulo. Calcula el área de la figura así formada

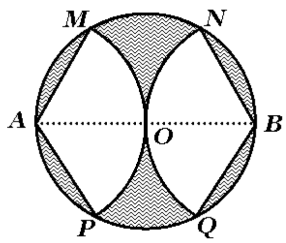
62. En la figura $\triangle ABC$ rectángulo en C, CBQP y ACNM cuadrados, $\overline{MR} \perp \overline{RS}$, $\overline{QS} \perp \overline{RS}$, R, A, B y S puntos alineados.

Prueba que: $\overline{AB} = \overline{MR} + \overline{QS}$



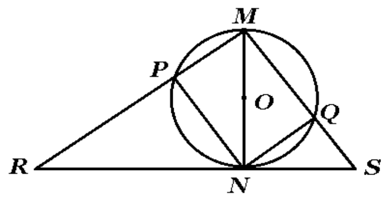
63. En un vértice de un triángulo equilátero de lado "a" se construye una circunferencia de radio igual a la mitad del lado. Calcula el área así formada.

64. En una circunferencia de centro O y radio $\overline{OA}$ se trazan con centro en los extremos del diámetro $\overline{AB}$ los arcos MP y NQ tangentes en O como se muestra en la figura. Si M, P, Q y N son puntos de la circunferencia, demuestra que el área sombreada es igual al área de cada uno de los sectores circulares APM y BNQ.



65. En la circunferencia C(O;$\overline{ON}$), P y Q son puntos de la circunferencia, $\overline{MN}$ es un diámetro y $\overline{RS}$ es tangente es N; $\overline{RM} \perp \overline{MS}$.

a) Prueba que los siete triángulos que se forman son semejantes.



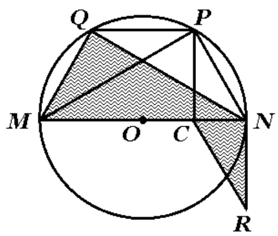
b) Demuestra que MPNQ es un rectángulo.

c) Calcula el área del ΔNSQ sabiendo que $\overline{MS} = 2{,}4$ dm y $\angle R = 22{,}6^{\circ}$.

66. Demuestra que en todo triángulo equilátero de lado "a", las alturas, medianas mediatrices y bisectrices del triángulo miden $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

67. En una circunferencia al trazar la mediatriz de un radio se forman dos triángulos equiláteros entre los extremos del radio y los puntos que la mediatriz determina en la circunferencia. Fundamenta esta afirmación.

68. La figura muestra una circunferencia C(O; $\overline{ON}$) donde $\overline{MN}$ es un diámetro y los arcos MQ y NP son iguales, $\overline{PC}$ es mediatriz de $\overline{ON}$, $\overline{RN}$ tangente en N y $\overline{NP} \| \overline{RC}$.



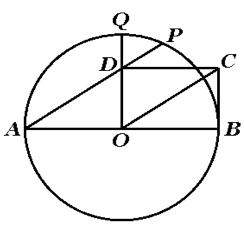
a) Demuestra que: ΔMNQ = ΔMNP.

b) ¿Es MNPQ un trapecio isósceles? Fundamenta.

c) Prueba que: $\Delta MNQ \sim \Delta RNC$.

d) Si $\overline{MN} = 8{,}0$ dm, halla el área sombreada.

69. La figura muestra una circunferencia de diámetro $\overline{AB}$ que determina un



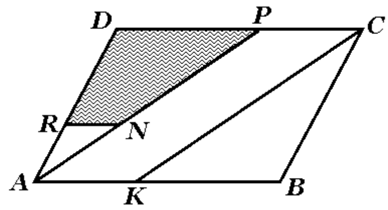
círculo de 50,24 cm^2 de área donde $\overline{BC}$ es tangente en B a la circunferencia, $\overline{OQ} \| \overline{BC}$ y AOCD es un paralelogramo.

a) Prueba que: ΔAOD = ΔOBC.

b) Demuestra que OBCD es un rectángulo.

c) Calcula la amplitud del $\angle$ADQ y el área del cuadrilátero ABCD, si tan$\angle$AOC = – 0,75

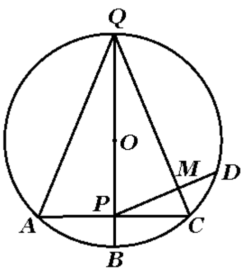
70. En el paralelogramo ABCD, $\overline{AP}$ y $\overline{CK}$ son bisectrices de los ángulos DAB y BCD respectivamente y $\overline{RN} \| \overline{DC}$.



a) Demuestra que: $\overline{AR} \cdot \overline{KC} = \overline{BC} \cdot \overline{AN}$

b) Si $\dfrac{\overline{AR}}{\overline{AD}} = \dfrac{1}{3}$ y $A_{\Delta RAN}$= 18 cm^2. Calcula el área sombreada.

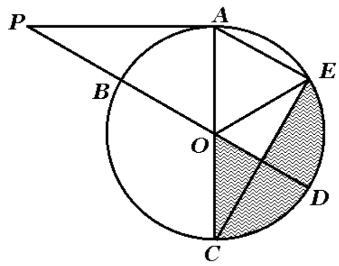
71. La circunferencia de centro O y radio $\overline{OD}$ tiene como diámetro $\overline{BQ}$ y se le Ha inscrito el ΔACQ isósceles de base $\overline{AC}$, P es punto medio de $\overline{AC}$ y $\overline{DP} \perp \overline{QC}$.



a) Prueba que: $\overline{QP}^2 = \overline{AQ} \cdot \overline{QM}$.

b) Si $\angle$DPC = 22,5º y la longitud de la circunferencia es de 31,4 cm, calcula la longitud del arco y la cuerda que determina el $\angle$AQC.

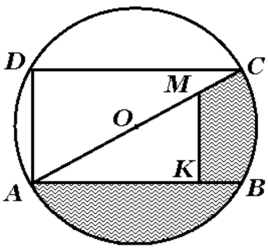
72. En la circunferencia de centro O y radio $\overline{OB}$ donde $\overline{AC}$ es un diámetro, $\overline{AP}$ es tangente en A a la circunferencia y el ΔAOE es equilátero de área $9\sqrt{2}$ cm^2. Los puntos D y E pertenecen a la circunferencia, $\overline{PD} \perp \overline{CE}$ y, B y O $\in$ $\overline{PD}$.



a) Demuestra que: $\overline{PB} = \overline{OC}$.

b) Calcula el área sombreada.

73. En la figura, $\overline{AC}$ es un diámetro de la C(O;$\overline{OD}$), B punto de la

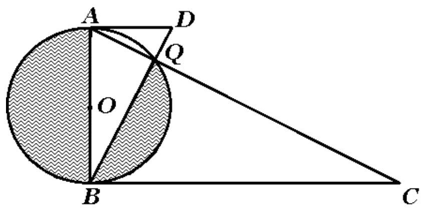


circunferencia, los arcos AD y BC miden 60º respectivamente y $\overline{MK}$ es la distancia del punto M al $\overline{AB}$.

a) Demuestra que: $\overline{AC} \cdot \overline{MK} = \overline{AM} \cdot \overline{AD}$.

b) Si $\overline{AK} = 6\sqrt{3}$ cm y $4\overline{AM} = 3\overline{AC}$, calcula el área sombreada.

74. En una circunferencia de centro O y radio r = 4,0 cm se tiene que los puntos A, B y Q pertenecen a ella, $\overline{AB}$ es un diámetro y $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ son tangentes a la circunferencia en A y B respectivamente.

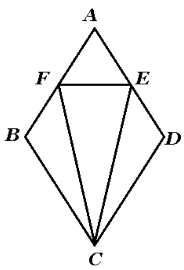


a) Prueba que: $\overline{AB} - \sqrt{\overline{BC} \cdot \overline{AD}} = 0$

b) Calcula el área sombreada si

$\overline{AQ}$ = 4,0 cm y $\overline{AD} = \frac{1}{3} \cdot \overline{BC}$.

75.



En la figura el cuadrilátero ABCD es un rombo, ΔAEF: isósceles de base $\overline{EF}$ y $\overline{EF}$ paralela media del ΔABD.

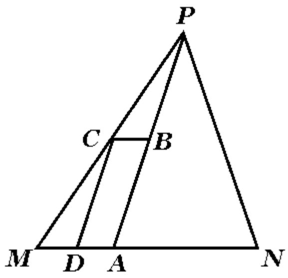
a) Prueba que: ΔCEF es isósceles.

b) Demuestra que: $\Delta AFE \sim \Delta BCD$.

c) Si el lado AB mide 9,8 cm y el $\angle$A es de 50º, calcula el área del ΔCEF.

76. Demuestra que si dos triángulo isósceles tienen respectivamente iguales las bases y las alturas relativas a ellas, entonces estos triángulos son iguales.

77. En el ΔMNP,



C: punto medio de $\overline{MP}$,

D: punto medio de $\overline{MA}$ y

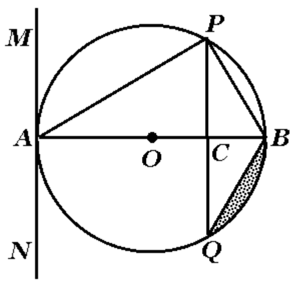
B: punto medio de $\overline{AP}$.

Prueba que: a) ΔCBP = ΔMDC

b) ΔMDC ~ ΔMAP

c) ABCD es un paralelogramo.

78.



En la C(O;$\overline{OA}$), P, Q ∈ C,

$\overline{AB}$: diámetro, $\overline{MN}$: tangente en A

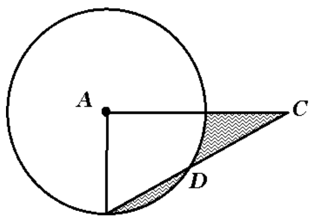
a la circunferencia y $\overline{PQ}$ || $\overline{MN}$.

a) Prueba que: ΔBPQ es isósceles.

b) Demuestra que: ΔACP ~ ΔBCQ.

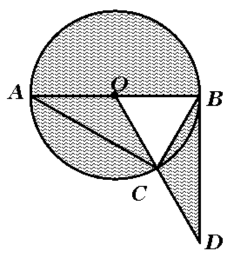
c) Si $\overline{OA}$ = 5,0 cm y ∠PBQ = 120º; calcula $\overline{PQ}$ y el área sombreada.

79. En el ΔABC rectángulo en A se traza una circunferencia de centro A y radio $\overline{AB}$ que corta a la hipotenusa en su punto medio D.



Si $\overline{AB}$ = 6,0 cm , calcula el área sombreada.

80. En la C(O;$\overline{OC}$), $\overline{AB}$ diámetro, $\overline{BC}$ = $\overline{OC}$,

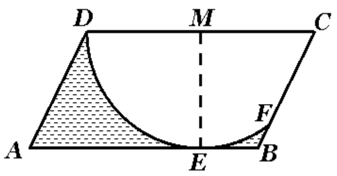


$\overline{BD}$ tangente a la circunferencia en B.

a) ¿Es C punto medio de $\overline{OD}$? Fundamenta.

b) Demuestra que: ΔACO = ΔBCD.

c) Si $\overline{AB}$= 8,2 cm, calcula el área sombreada.

81. 

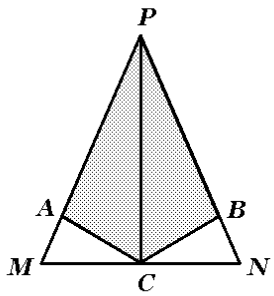
En el paralelogramo ABCD, con centro en M punto medio del lado $\overline{CD}$ se traza el arco DF tangente a $\overline{AB}$ en E. Si el lado $\overline{AD}$ = $2\sqrt{3}$ cm y el $\angle$A = 60º, calcula el área sombreada.

82. En la figura OABC es un cuadrado, GODB un trapezoide simétrico, $\overline{FE} \,||\, \overline{OA}$ y $\overline{CF} = \overline{AD}$.

a) Prueba que: ΔOAD ~ ΔOEF.

b) Si $\overline{OA}$ = 6,0 cm y $3 \cdot \overline{CG} = 2 \cdot \overline{FE}$, calcula el $A_{\Delta OAD}$.

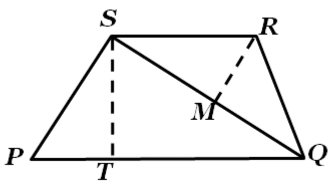
83. Sea el ΔMNP isósceles de base $\overline{MN}$, $\overline{PC}$ altura relativa a la base, $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ distancias del punto C a los lados $\overline{MP}$ y $\overline{NP}$ respectivamente.



a) Prueba que: ΔCBP ~ ΔAMC.

b) Demuestra que: $\overline{AP} = \overline{BP}$.

c) Si $\overline{PC}$ = 6,4 cm y $\overline{MN}$ = 4,8 cm, calcula el área sombreada.

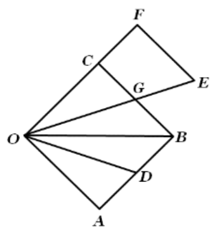


84. En el trapecio PQRS de bases $\overline{PQ}$ y $\overline{RS}$ tenemos: $\overline{PS} \perp \overline{SQ}$, $\overline{RS} = \overline{RQ}$, $\overline{RM} \perp \overline{SQ}$ y $\overline{ST}$ altura del trapecio.

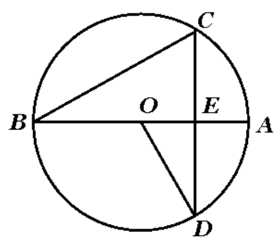
a) Prueba que: ΔRMQ ~ ΔSPT.

b) Prueba que la distancia del punto M al $\overline{PQ}$ es igual a $\overline{MR}$.

c) Demuestra que: $\angle$S = $\angle$Q + $\angle$P.



85. En la C(O;$\overline{OA}$) se tiene que $\overline{AB}$ es un diámetro, E punto medio de $\overline{CD}$ y $\overline{OA}$ respectivamente.

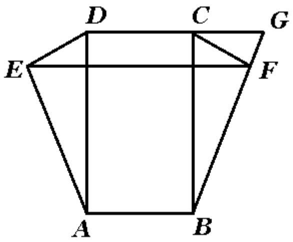


a) Prueba que: $\Delta BEC \sim \Delta ODE$.

b) Demuestra que: ΔCBD es equilátero.

c) Si $\overline{OE} = 3{,}0$ dm, calcula el área del ΔCBD.

86.

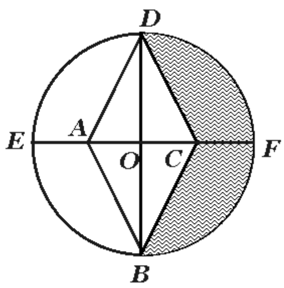


En la figura, ABCD es un rectángulo, $\overline{AE} = \overline{BF}$, $\overline{ED} \perp \overline{AE}$, $\overline{CF} \perp \overline{BG}$, $\angle EAD = \angle GCF$ y los puntos D, C y G están alineados.

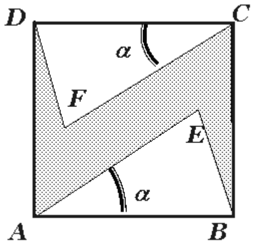
a) Prueba que: $\Delta ADE \sim \Delta BGC$.

b) Si $A_{ABCD} = 50\ cm^2$, $\overline{DG} = 12{,}5$ cm, $\overline{BF} = \frac{4}{5}\overline{BC}$ y $\overline{ED} = 6{,}0$ cm, calcula $A_{\Delta CFG}$.

87. En la circunferencia de centro O, $\overline{EF}$ y $\overline{BD}$ son diámetros, $\overline{BD} = 32$ cm, B, D, E y F son puntos de ella. ABCD es un rombo tal que A y C son puntos medios de $\overline{OE}$ y $\overline{OF}$ respectivamente. Calcula el perímetro del rombo y el área sombreada.



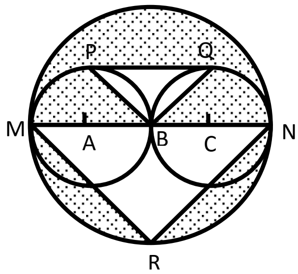
88.



¿Para qué valor de α el área sombreada en el cuadrado ABCD es la mitad del área del cuadrado, sabiendo que los triángulos ABE y DCF son iguales e isósceles de bases $\overline{BE}$ y $\overline{DF}$

Respectivamente?

89. Sean las circunferencias de centros A, B y C, y diámetros $\overline{MB}$, $\overline{BN}$ y $\overline{MN}$ respectivamente tangentes dos a dos, $\overline{PQ}$ tangente común a las circunferencias de centros A y C, $\overline{PQ} \parallel \overline{MN}$, $\widehat{MR} = \widehat{RN}$.



a) Demuestra que:

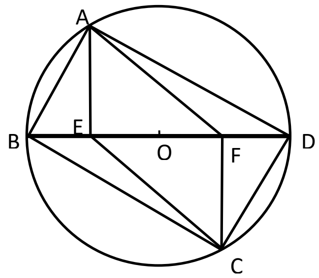
a.1) $\Delta PBQ \sim \Delta MRN$.

a.2) $\overline{PQ} = \frac{\sqrt{2}}{2}\,\overline{RN}$

b) Si $\overline{MN}$ = 10 cm, calcula el área rayada.

90. Demuestra que en todo triángulo rectángulo de catetos a y b e hipotenusa c, el radio de la circunferencia inscrita se obtiene por : $r = \dfrac{a+b-c}{2}$.

91. En la figura A, B, C y D $\in$ C(O; $\overline{OC}$), AECF es un paralelogramo, los arcos AD y BC son iguales, $\overline{FC}$ mediatriz de $\overline{OD}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ y $\overline{BD}$ diámetro.



a) Prueba que: $\Delta AFD = \Delta BCE$

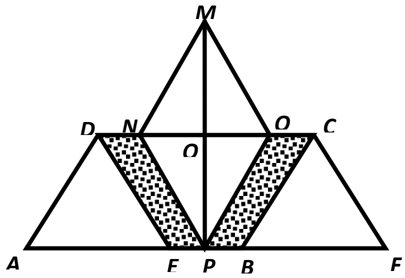
$\Delta ABE = \Delta CDF$

b) Demuestra que: $A_{\Delta FCD} = A_{\Delta AFD}$

c) Si $\overline{AB}$ = 6,0 cm, calcula el área de AECF.

92. En la figura MNPQ es un rombo, ABCD y CDEF paralelogramos, O y P son los puntos medios de los segmentos $\overline{DC}$ y $\overline{AF}$ respectivamente, $\overline{NQ} \in \overline{DC}$,

$\overline{NQ} = \overline{AE}$ y los puntos A, E, P, B y F están alineados.



a) Prueba que:

1. $\Delta AED = \Delta BCF$,

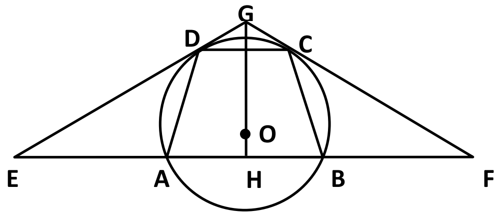
2. BCQP y NDEP son paralelogramos, y

3. AFCD: trapecio isósceles.

b) Si $\overline{DC}$ = 10 cm, $\overline{QC}$ = 2,0 cm y

$A_{\Delta MNQ}$= $9\sqrt{3}$ cm^2, calcula el área del trapecio AFCD y el área sombreada.

93. El trapecio isósceles ABCD está inscrito en la circunferencia C(O; $\overline{OA}$), $\overline{EG}$ y $\overline{GF}$ tangentes a la circunferencia en D y C respectivamente, $\overline{OA} = \overline{DC}$ y O$\in$ $\overline{GH}$.



a) Demuestra que:

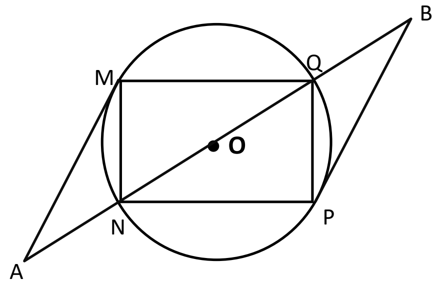
● ΔDCG es isósceles.

●Δ EAD = ΔFCB.

● En el ΔEFG, $\overline{GH} = h_{\overline{EF}}$.

b) Si $\overline{OA} = 6{,}0$ cm ; $\overline{AB} = 9{,}8$ cm y la altura del trapecio es de 5,2 cm, calcula su área.

94. En la circunferencia C(O; $\overline{ON}$) tenemos: MNPQ rectángulo inscrito en la circunferencia, $\overline{\mathrm{MA}}$ y $\overline{\mathrm{PB}}$ tangentes en M y P respectivamente, $\angle$MQN = 30^0 y A, N, O, Q y B puntos alineados.

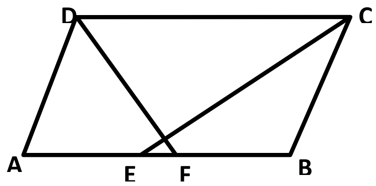


a) Prueba que:

ΔMAN = ΔPQB, ΔMAN isósceles, y MAPB paralelogramo.

b) Si $\overline{\mathrm{ON}}$ = 4,0 dm; calcula el área del paralelogramo MAPB.

95. En el paralelogramo ABCD, $\overline{\mathrm{CF}}$ bisectriz del $\angle$C y $\overline{\mathrm{DE}}$ bisectriz del $\angle$D.

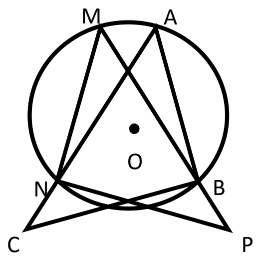


Prueba que:

a) ΔAFD y ΔEBC son isósceles.

b) $A_{\Delta AFD} = A_{\Delta FBC}$.

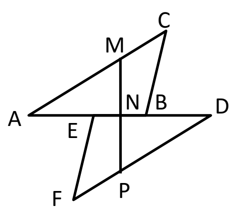
96. En la circunferencia C(O; $\overline{\mathrm{OA}}$); $\widehat{\mathrm{MN}} = \widehat{\mathrm{AB}}$; $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{MP}}$



a) Prueba que: ΔMNP = ΔABC.

b) Si ΔMNP rectángulo en N, $\angle$NOB = 120^0 y $\overline{\mathrm{MP}} = 6\sqrt{3}$ cm, calcula el área del ΔMNP.

97.

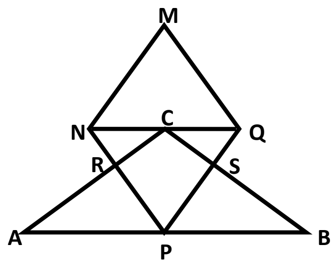


En la figura ΔANM = ΔDNP, $\overline{\mathrm{MP}}$ mediatriz de $\overline{\mathrm{EB}}$ y $\overline{\mathrm{EF}} \parallel \overline{\mathrm{BC}}$.

Prueba que AFDC es un

paralelogramo.

98. La figura muestra un ΔABC isósceles de base $\overline{AB}$ y un rombo MNPQ con centro en el punto C, $\overline{NQ} \parallel \overline{AB}$, P$\in \overline{AB}$ y $\overline{RP} = \overline{SP}$



a) Prueba que:

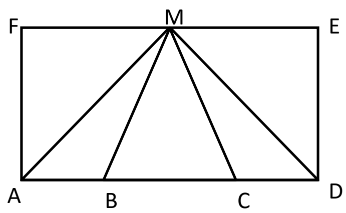
ΔRCN = ΔQCS.

ΔARP = ΔBSP.

ΔARP ~ ΔSQC.

b) Si $\overline{NQ}$ = 10 cm, $\overline{NP}$ = 13 cm, calcula el área del rombo.

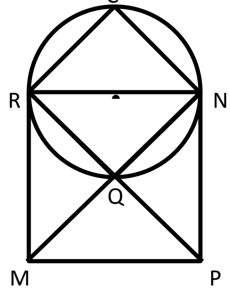
99. Sea ADEF un rectángulo, $\overline{MB}$ mediana del ΔACM, $\overline{MC}$ mediana del ΔBDM y M punto medio de $\overline{EF}$.



a) Prueba que ΔBCM es isósceles.

b) Si $\overline{EF}$ = 2$\overline{AF}$ y $\overline{EF}$ = 30 cm, halla el área y el perímetro del ΔBCM.

100. La circunferencia C(O;$\overline{ON}$) tiene diámetro $\overline{AB}$, NRMP es un cuadrado $\overline{RP} \cap \overline{MN} = \{Q\}$, C y Q son puntos de la circunferencia y $\overline{RP} = \overline{RQ} = 5{,}0 \text{ cm}$



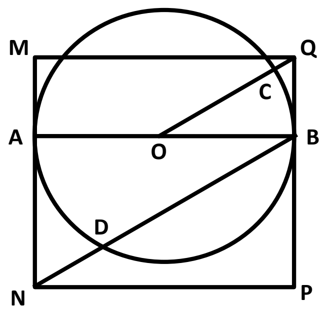
a) Prueba que:

ΔRNC = ΔNQP; ΔRNC ~ ΔRMP;

RQNC: Trapecio y $A_{NRMP}=2A_{RQNC}$.

b) Calcula el área del trapecio RMNC y del cuadrado RMPN.

101. En la circunferencia C(O; $\overline{OA}$), $\overline{AB}$ diámetro, $\widehat{AD} = 2\widehat{BC}$, $\overline{MN}$ y $\overline{PQ}$ tangentes a la circunferencia en A y B respectivamente, MNPQ rectángulo, $\angle OQB = 60^0$ y $\overline{OQ} = 10$ cm.



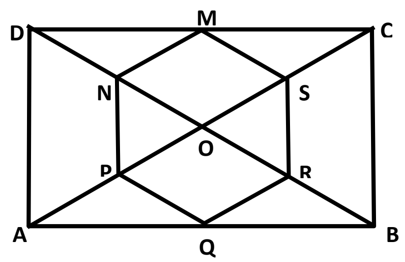
a) Prueba que: $\Delta OBQ \sim \Delta NPB$; $\overline{AD} = \overline{OB}$.

b) Calcula el área del círculo y del pentágono MNBOQ.

102. En el rectángulo ABCD tenemos que:

M: punto medio de $\overline{CD}$, Q: punto medio de $\overline{AB}$, N: punto medio de $\overline{OD}$, P: punto medio de $\overline{OA}$, R: punto medio de $\overline{OB}$,

S: punto medio de $\overline{OC}$.



Demuestra que:

a) $\Delta AQP = \Delta BRQ = \Delta MSC = \Delta DNM$.

b) MNOS y PQRO son rombos iguales.

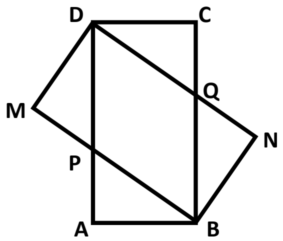
c) Si $\angle ABD = 30^0$, MNPQRS es un exágono regular.

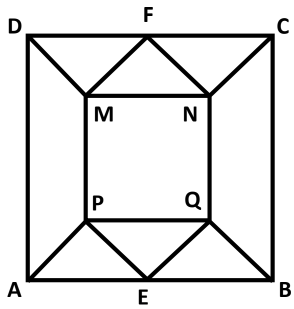
103. En la figura ABCD y BNDM son rectángulos iguales.

Demuestra que:

a) $\Delta ABP = \Delta BNQ = \Delta QCD = \Delta DMP$.

b) BQDP es un rombo.



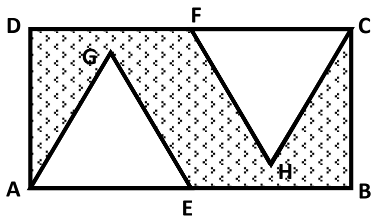


104. En la figura se muestran los cuadrados ABCD y MPQN, y el trapecio isósceles APMD, teniendo que E es punto medio de $\overline{AB}$, F punto medio de $\overline{DC}$ y $\overline{MP} = \frac{1}{2}\overline{AD}$. Prueba que todos los triángulos formados son iguales.

105. En la figura ABCD es un rectángulo donde E y F son los puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ respectivamente, $\overline{AG} \parallel \overline{HC}$, $\overline{AG} = \overline{DF}$ $\overline{HC} = \overline{EB}$, $\overline{AB} = 2\overline{AD}$ y $\angle GAE = 2\angle DAG$.

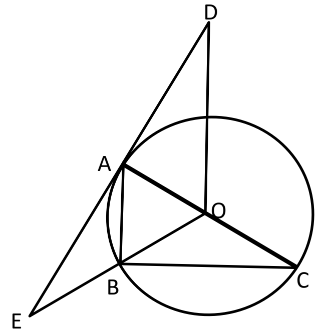
a) Prueba que: $\Delta AEG = \Delta FHC$ y equiláteros.

b) Si $\overline{AB}$ = 12 dm, calcula el área sombreada.



106. En la figura A, B y C son puntos de la circunferencia C(O; $\overline{OA}$), $\overline{AC}$

diámetro y mediatriz de $\overline{DE}$ que es tangente a la circunferencia en A, $\overline{OD} \perp \overline{BC}$ y $\overline{OE} = \overline{AC}$.



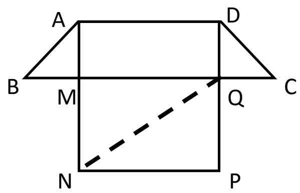
a) Demuestra que:

a.1) $\Delta AEB = \Delta BCO$

a.2) $\Delta BCO \sim \Delta DEO$

b) Si $\overline{OD}$ = 10 cm, halla el área del pentágono ODEBC.

107. En la figura MNPQ es un cuadrado y ABCD un trapecio isósceles tal que la prolongación de los lados no paralelos se cortan en un punto E formando el $\angle BEC = 90^0$, $\overline{AM} \perp \overline{BC}$; $\overline{DQ} \perp \overline{BC}$; $\overline{MN} = 2\,\overline{AM}$ y $\overline{MQ} \in \overline{BC}$.

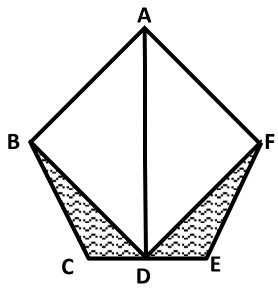


a) Prueba que:

a.1) $\Delta BCE \sim \Delta NPQ$.

a.2) $A_{\Delta BCE} = A_{MNPQ}$.

b) Si $\overline{NQ}$ = 8,0 cm; calcula el área del trapecio ABCD y el perímetro de la figura dada.

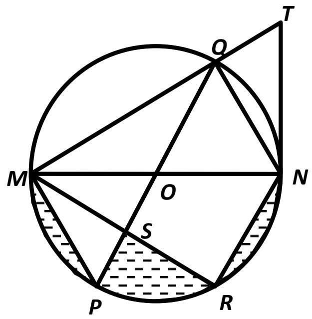


108. En el cuadrado ABDF la diagonal $\overline{AD}$ es la mediatriz del segmento $\overline{CE}$ y $D \in \overline{CE}$.

a) Demuestra que: $\Delta BCD = \Delta DEF$.

b) Si el área del pentágono ABCEF es de 3,0 dm^2 y $\overline{AD}$ = 20 cm, calcula el área sombreada.

109. En la C(O;$\overline{OM}$) se tiene que $\overline{NT}$ es tangente a la circunferencia en N, $\overline{MN}$ y $\overline{QP}$ diámetros, $\overline{NQ} = \overline{OP}$, $\widehat{QN} = \widehat{RN}$, $\overline{MR} \cap \overline{PQ} = \{S\}$, $\overline{ON}$ = 6,0 dm.



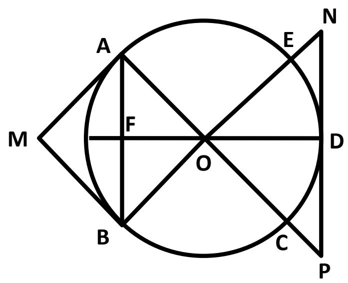
a) Demuestra que:

a.1) $\Delta MSO \sim \Delta NTQ$

a.2) $\overline{MS} \cdot \overline{ON} = \overline{SR} \cdot \overline{OM}$

b) Calcula el área sombreada.

110. En la circunferencia C(O; $\overline{OF}$) se tiene que $\overline{MA}$, $\overline{MB}$ y $\overline{NP}$ son tangente a la circunferencia en los puntos A, B y D respectivamente, $\overline{BE}$ y $\overline{AC}$ diámetros, $\overline{BE} \perp \overline{AC}$, F punto medio de $\overline{AB}$ y los puntos F, O y D están alineados.



a) Prueba que:

a.1) $\Delta AFO \sim \Delta NOP$

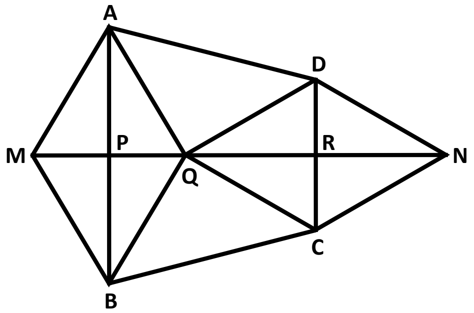
a.2) BOAM es un cuadrado.

a.3) NABP es un trapecio isósceles.

b) Si $\overline{OD}$ = 1,2 dm calcula el área del cuadrado de lados consecutivo $\overline{ON}$ y $\overline{OP}$.

c) Calcula el área del trapecio NABP.

111. En la figura AMBQ y CNDQ son rombos iguales, M, Q y N son puntos alineados.



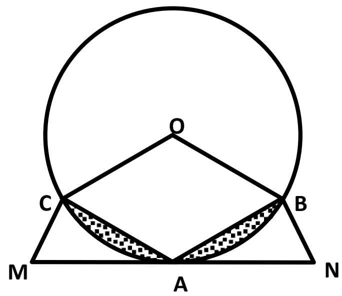
Prueba que:

a) ΔAQD = ΔBCQ y rectángulos

b) ABCD trapecio isósceles.

c) Si $\angle$MBQ = 60^0 y $\overline{\text{NC}}$= 1,5 dm, calcula el área de la figura

112. La figura muestra una circunferencia de centro O y radio 4,0 cm donde $\overline{\text{MN}}$ es tangente a esta en el punto A que a su vez es el punto medio de $\overline{\text{MN}}$ y del $\widehat{\text{BC}}$, $\overline{\text{OC}}$ = $\overline{\text{AC}}$.

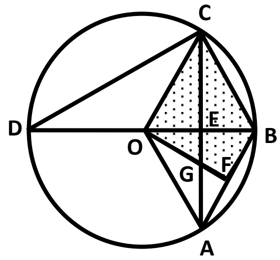


a) Demuestra que: ΔANB = ΔACN

b) Halla el área sombreada.

c) Prueba que CMNB es un trapecio.

113. En la circunferencia C(O;$\overline{\text{OD}}$), $\overline{\text{AC}}$ es mediatriz de $\overline{\text{OB}}$, F punto medio de $\overline{\text{AB}}$ y los A, B y C son puntos de la circunferencia.



a) Prueba que:

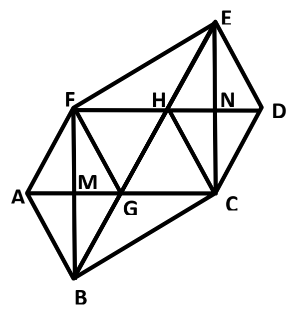
a.1) ABCO es un rombo.

a.2) G: baricentro del ΔOAB.

a.3) ΔCDO ~ ΔOAG.

a.4) ΔAFG ~ ΔBCD.

b) Si $\overline{\text{OD}}$= 1,3 dm, calcula el área sombreada y la razón de semejanza entre los triángulos CDO y AGO.



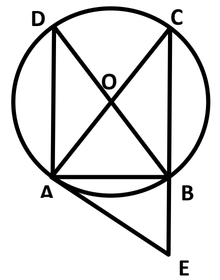
114. En la figura ABEF y CDEB son trapecios, FGCH un paralelogramo, $\overline{FB}$ y $\overline{EC}$ mediatrices de $\overline{AG}$ y $\overline{HD}$ respectivamente y $\overline{BH} = \overline{GE}$.

Prueba que:

a) ΔFHE = ΔBCG

b) FHCN es un rectángulo.

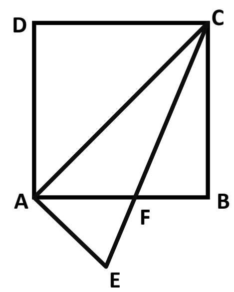
c) FBCE es un paralelogramo.



115. En la circunferencia C (O; $\overline{OB}$), $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ diámetros, $\overline{AE}$ tangente en A, $\overline{AB}$ = 3,0 cm y $\overline{BE}$ = 2,4 cm.

a) Demuestra que: $\overline{AD} \cdot \overline{CE} = \overline{AC} \cdot \overline{BD}$

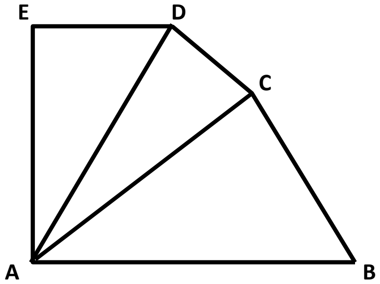
b) Calcula el área del triángulo ABO.



116. En la figura ABCD es un cuadrado, $\overline{AE} \perp \overline{AC}$ y $\overline{CE}$ bisectriz del $\angle$ACE.

a) Demuestra que: $\overline{AE} \cdot \overline{BC} = \overline{BF} \cdot \overline{AC}$

b) Si $\overline{BC}$ = 15 dm, calcula el área del triángulo CAE.

117. 

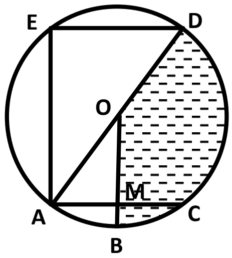
En la figura $\triangle$ADE rectángulo en E, $\overline{\mathrm{BC}} \perp \overline{\mathrm{AC}}$ y $\angle$EAC = $\angle$DAB.

a) Prueba que: $\overline{\mathrm{AE}} \cdot \overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AD}} \cdot \overline{\mathrm{AC}}$

b) Si $\triangle$ACD es isósceles de base $\overline{\mathrm{DC}}$, $\overline{\mathrm{ED}}$ = 3,0 cm y $\overline{\mathrm{EA}}$ = 4,0 cm, calcula el área del triángulo ABC .

c) Si $\overline{\mathrm{ED}} \parallel \overline{\mathrm{AB}}$, calcula la amplitud del $\angle$DAC .

118. En la circunferencia C(O; $\overline{\mathrm{OC}}$) se tiene:



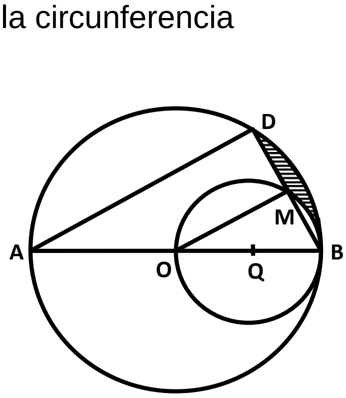
$\widehat{\mathrm{AE}} = \widehat{\mathrm{CD}}$, $\widehat{\mathrm{ED}} = \widehat{\mathrm{AC}}$ y $\overline{\mathrm{OB}} \perp \overline{\mathrm{AC}}$.

a) Demuestra por dos vías diferentes que:

$\overline{\mathrm{OA}} = \frac{\overline{\mathrm{AM}} \cdot \overline{\mathrm{AD}}}{\overline{\mathrm{ED}}}$

b) Si $\overline{\mathrm{OC}}$ = 2,5 cm y $\overline{\mathrm{AC}}$ = 3,0 cm, calcula el $A_{\triangle ADE}$ y la sombreada

119. La circunferencia C(Q;$\overline{\mathrm{QO}}$) es tangente interior a la circunferencia C′ (O;$\overline{\mathrm{OB}}$) como se muestra en la figura. $\overline{\mathrm{OB}}$ y $\overline{\mathrm{AB}}$ son diámetros de las circunferencias respectivas , M $\in$ C, D $\in$ C′ y los puntos D, M y B están alineados.



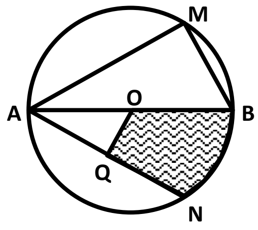
a) Demuestra que: $\triangle$ABD ~ $\triangle$OBM

b) Si los arcos BD y BM miden 60º y $\overline{OB} = 4\sqrt{3}$ cm, calcula:

b.1) la altura del ΔABD relativa al lado $\overline{AB}$

b.2) el área sombreada.

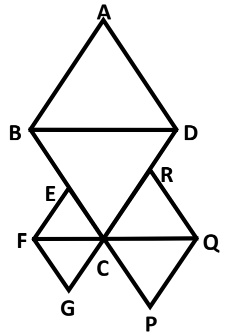
120. Sea la circunferencia C(O; $\overline{ON}$), $\overline{AB}$ diámetro, $\widehat{AM} = \widehat{AN}$ y $\overline{OQ} \perp \overline{AN}$.



a) Demuestra que: $\overline{OA} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{BM}}{\overline{OQ}}$

b) Si $\overline{BM}$ = $\overline{OB}$ = 6,28 cm, calcula el área sombreada.

121. En la figura ABCD, EFGC y CPQR son rombos, R $\in \overline{CD}$, $\overline{GD} \cap \overline{BP} \cap \overline{FQ} = \{C\}$, E punto medio de $\overline{BC}$ y $\overline{CR} = \frac{2}{3}\overline{CD}$.

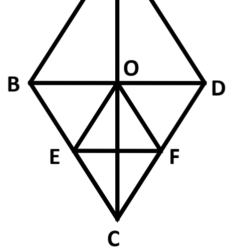


a) Demuestra que: $\Delta EFC \sim \Delta CQR \sim \Delta ABD$

b) Determina en cada caso anterior la razón de semejanza.

c) Si $\overline{BP}$ = 12 cm y $\angle$ EFG = 120^0, calcula el área de la figura.

122.

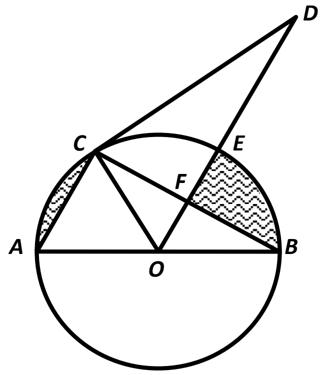


En la figura ABCD y OECF son rombos, E y F son los puntos medios de $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$ respectivamente.

a) Demuestra que: $\overline{EF} = \frac{\overline{BD} \cdot \overline{OE}}{\overline{AB}}$

b) Si $\angle$ OAD = 36,9^0 y $\overline{AD}$ = 10,2 cm calcula el área del ΔOEF.

123. En la circunferencia de centro O y radio $\overline{OE}$, $\overline{AB}$ es un diámetro, $\overline{CD}$ tangente a la circunferencia en C, $\overline{OD}$ mediatriz del segmento $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ = 2$\overline{AC}$, $\overline{AC}$= 8,2 cm y los puntos O, F, E y D están alineados.



a) Prueba que:

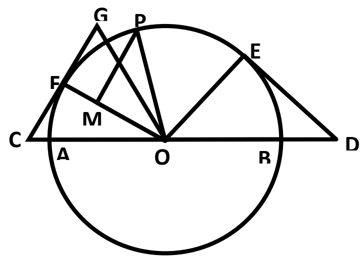
a.1) ΔABC = ΔODC

a.2) ΔOFC ~ ΔABC

a.3) AODC es un trapecio.

b) Calcula el área del trapecio y el área sombreada.

124. En la circunferencia C(O; $\overline{OE}$), $\overline{GC}$ es tangente en F, $\overline{OB} = \frac{2}{3}\,\overline{OD}$, $\widehat{FP} = \widehat{BE}$, $\overline{AB}$ diámetro. Los puntos C, A, B y D están alineados, M$\in$ $\overline{OF}$ y baricentro del Δ COG equilátero.

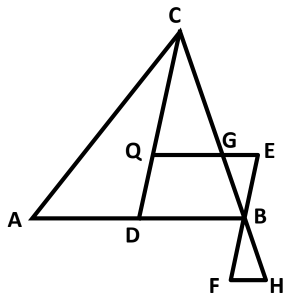


a) Prueba que: Δ OPM ~ Δ ODE

b) Si $\overline{MP} \parallel \overline{GC}$ y $A_{\Delta\ COG} = 16\sqrt{3}$ dm^2, calcula el área del Δ ODE .

c) Calcula la amplitud del $\angle$ EOD.

125. En el triángulo ABC, Q es el baricentro,



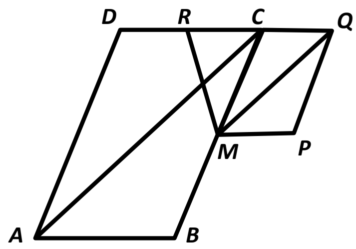
$\overline{CD}$ mediana relativa al lado $\overline{AB}$.

QDBE es un paralelogramo y B es punto medio de $\overline{EF}$ y $\overline{GH}$.

a) Prueba que: Δ CDB ~ Δ BFH.

b) Si en el Δ ABC, $h_{\overline{AB}}$ = 2,7 cm y $\overline{AB}$ = 4,0 cm, calcula el área del paralelogramo QDBE y del triángulo BFH.

126. En la figura, ABCD y CMPQ son paralelogramos, R y M puntos medios de $\overline{CD}$ y $\overline{BC}$ respectivamente y $\overline{RC} = \frac{1}{3}\ \overline{DQ}$.



a) Prueba que:

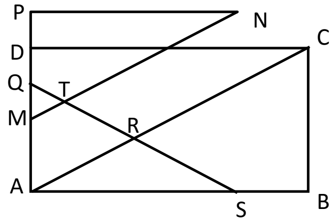
a.1) Δ CDA ~ Δ RMQ

a.2) $\overline{AC} \parallel \overline{MQ}$

a.3) $\overline{MC}$ mediana del Δ CMQ.

b) Determina el baricentro del Δ RMQ y calcula su distancia al vértice M si $\overline{BC}$ = 9,6 cm.

127. En la figura, ABCD es un rectángulo,



$\overline{MN} \parallel \overline{AC}$, $\overline{NP} \perp \overline{AP}$, M, Q y D puntos medios de $\overline{AD}$, $\overline{DM}$ y $\overline{PQ}$ respectivamente.

a) Prueba que:

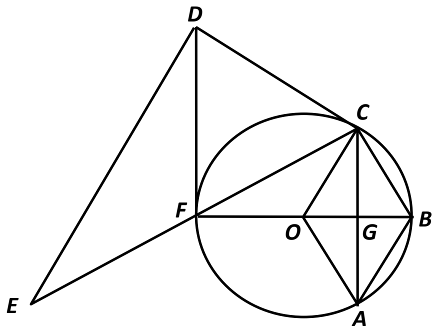
– ΔQMT es isósceles,

– R es circuncentro del ΔASQ,

– ∆MNP = ∆AQS y ∆MNP ~ ∆ABC

b) Si ∠MNP = 30^0 y $\overline{\mathrm{NP}}$ = 6 $\sqrt{3}$ cm, calcula el área del rectángulo ABCD.

128. En la C(O;$\overline{\mathrm{OA}}$), $\overline{\mathrm{FB}}$ diámetro, $\overline{\mathrm{DF}}$ y $\overline{\mathrm{DC}}$ tangentes en F y C respectivamente. $\overline{\mathrm{AC}}$ mediatriz de $\overline{\mathrm{OB}}$ y $\overline{\mathrm{ED}} \perp \overline{\mathrm{DC}}$.



a) Demuestra que:

a.1) OABC es un rombo,

a.2) ∆CDF equilátero,

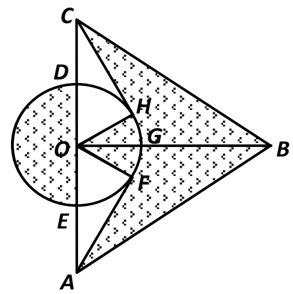
a.3) $\overline{\mathrm{ED}} \cdot \overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{FC}} \cdot \overline{\mathrm{DF}}$

a.4) ∆BCF ~ ∆CDE y establece la proporcionalidad entre los lados homólogos.

b) Si $\overline{\mathrm{OB}}$ = 3,0 cm calcula el área de los triángulos EFD y CDF.

c) ¿Es el punto F el circuncentro del ∆CDE? Fundamenta tu respuesta.

129. En la C(O;$\overline{\mathrm{OG}}$), $\overline{\mathrm{CH}}$ y $\overline{\mathrm{AF}}$ tangentes en H y F a la circunferencia respectivamente y $\overline{\mathrm{DE}}$ diámetro. El triángulo ABC es isósceles de base $\overline{\mathrm{AC}}$, D y E puntos medios de $\overline{\mathrm{OC}}$ y $\overline{\mathrm{OA}}$ respectivamente, G baricentro del triángulo ABC y $\overline{\mathrm{OB}}$ = 12 cm.



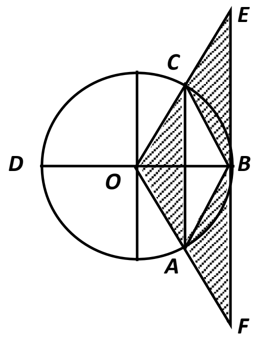
a) Demuestra que:

a.1) $\overline{\mathrm{GB}} = \overline{\mathrm{ED}}$.

a.2) ∆OHC ~ ∆ABO y establece la proporcionalidad de los lados homólogos.

b) Calcula el área sombreada.

130. En la circunferencia C(O;$\overline{OC}$), $\overline{BD}$ diámetro, $\overline{EF}$ tangente a la circunferencia en B, $\overline{AC}$ mediatriz de $\overline{OB}$ y A es un punto de la circunferencia.



a) Prueba que:

a.1) $\overline{AC}$ es paralela media del ΔOFE,

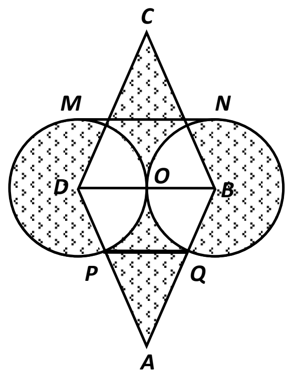
a.2) ΔOFE isósceles,

a.3) ΔABC $\sim$ ΔOFE,

a.4) ΔOAC = ΔAFB = ΔCBE.

b) Si $\overline{BD}$ = 16 cm Calcula el área sombreada.

131. En la figura, ABCD un rombo, C(D;$\overline{DO}$) $\cap$ C $'$(B; $\overline{BO}$) = $\{O\}$, y O centro del rombo. $\overline{MN}$ tangente común a las circunferencias, $\overline{PQ}$ $||$ $\overline{BD}$, P $\in$ C(D;$\overline{DO}$) y Q $\in$ C $'$(B; $\overline{BO}$).



a) Prueba que:

a.1) ΔPAQ $\sim$ ΔMNC.

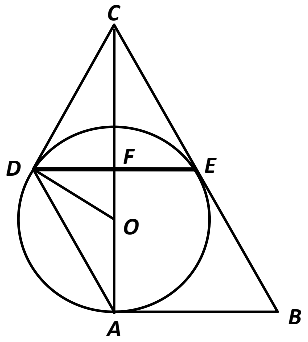
a.2) MPQN: trapecio isósceles.

b) Calcula el área sombreada si el área de cada círculo es de 78,5 cm^2 y el $\angle$A = 45,2º

132. En la circunferencia de centro O y radio $\overline{OD}$; $\overline{CD}$, $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ tangentes a la circunferencia en D, A y E respectivamente.

$\overline{DO}$ bisectriz del $\angle$ADE, $\overline{AC}$ mediatriz de $\overline{DE}$

y ABCD trapecio isósceles.



a) Prueba que:

a.1) $\Delta AOD \sim \Delta ACD$.

a.2) E punto medio de $\overline{BC}$.

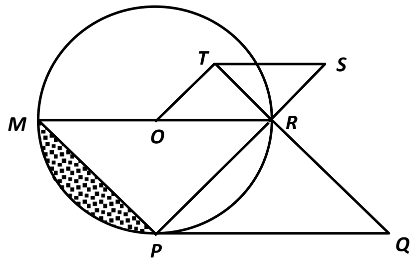
a.3) ΔCDE equilátero.

a.4) ABED rombo.

b) Si $\overline{OD}$ = 12 cm, calcula el área de la figura.

133. Sea la circunferencia de centro O y diámetro $\overline{MR}$, $\overline{PQ}$ tangente a la circunferencia en P, $\overline{PS} \cap \overline{QT} = \{ R \}$. MPQR y ORST paralelogramos.

a) Prueba que:



a.1) $\overline{OT} = \dfrac{\overline{OR} \cdot \overline{PR}}{\overline{MR}}$

a.2) $A_{MPSTO} = 6 \cdot A_{\Delta ORT}$

b) ¿Es el triángulo ORT rectángulo? Fundamenta.

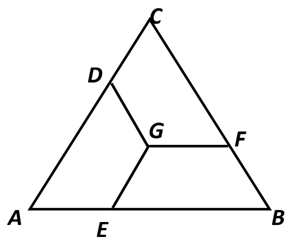
c) Si $\widehat{PR}$ = 90º y $\overline{MR}$ = 4,0 dm, calcula:

c.1) el área sombreada,

c.2) la amplitud del $\angle$TQO,

c.3) la distancia del punto T al segmento $\overline{OQ}$.

134. Por el baricentro G del triángulo ABC equilátero de 12,0 cm de lado se trazan las paralelas $\overline{GD}$, $\overline{GE}$ y $\overline{GF}$ a los lados $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ y $\overline{AB}$ respectivamente, dividiendo al triángulo en tres trapecios iguales.



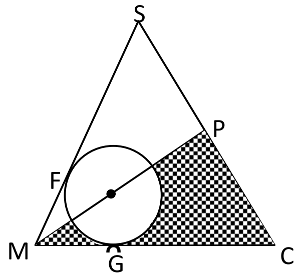
a) Calcula las dimensiones de estos trapecios.

b) Demuestra que:

b.1) los trapecios son isósceles,

b.2) $\Delta AEG \sim \Delta AGC$.

135. El triángulo MCS isósceles de base $\overline{SC}$ tiene en su interior una circunferencia de centro O tangente a los lados $\overline{MC}$ y $\overline{MS}$ en los puntos G y F respectivamente.



Si sabemos que: M, O y P están alineados,

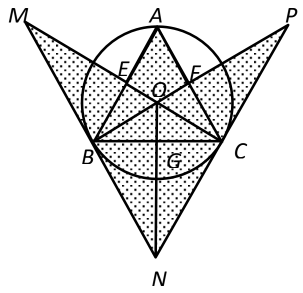
$\cos \angle SMC = \frac{1}{3}$, $\overline{MC} = 3\sqrt{3}$ cm, y $\overline{MF} = \frac{1}{3}\overline{MS}$.

Calcula:

a) el radio de la circunferencia.

b) el área sombreada.

136. El triángulo equilátero ABC está inscrito en la circunferencia de centro O y radio $\overline{OA}$. $\overline{MN}$ y $\overline{NP}$ tangentes a la circunferencia en B y C respectivamente, $\overline{BP} \cap \overline{MC} = \{O\}$, F $\in \overline{BP}$, E $\in \overline{MC}$, G $\in \overline{ON}$ y $\overline{ON} \perp \overline{BC}$.



a) Prueba que:

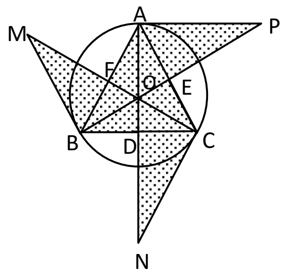
a.1) $\Delta MNO = \Delta ONP$.

a.2) $\Delta MNO \sim \Delta BCO$.

b) Calcula el área sombreada si $\overline{OA}$ = 8,0 cm.

137. En la figura el ΔABC equilátero está inscrito en la circunferencia C(O;$\overline{OA}$).

$\overline{AP}$, $\overline{BM}$ y $\overline{CN}$ son tangentes a la circunferencia en A, B y C respectivamente.



$\overline{AN} \cap \overline{BP} \cap \overline{CM} = \{O\}$, F, D y E puntos medios de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$ respectivamente, F $\in \overline{CM}$, D $\in \overline{AN}$ y E $\in \overline{BP}$.

a) Demuestra que:

a.1) ΔANC = ΔBCN = ΔABP e isósceles.

a.2) ΔABP ~ ΔCAO y determina la razón de semejanza.

b) Calcula el área sombreada.

138. En una circunferencia de centro O y diámetro $\overline{AB}$ sitúa dos puntos C y D de forma tal que $\overline{AD}$ sea bisectriz del $\angle$ODC y demuestra que el cuadrilátero ACDB tomados en ese orden es un trapecio isósceles.

a) Si el $\angle$ODC = 60º y $\overline{OB}$ = 20 cm, calcula el área del trapecio.