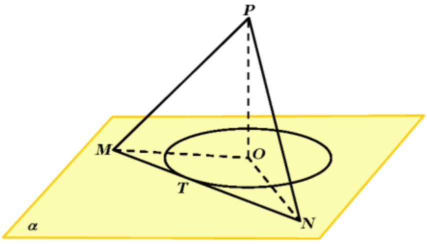
Ejercicios de Geometría del Espacio

1. Demuestra que si dos oblicuas que parten de un mismo punto tiene igual sus proyecciones sobre un plano α entonces son iguales.

2. Un ΔMNP tiene el lado $\overline{MN}$ en el plano α tangente en el punto T a una circunferencia de centro O y radio 5,4 cm de ese plano como muestra la figura. El punto O es la proyección del punto P sobre el plano.

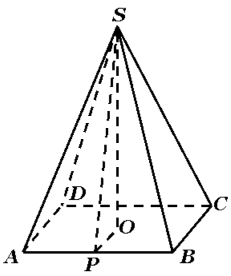


a) Demuestra que $\overline{PT}$ es altura del ΔMNP.

b) Si el ΔMNO es isósceles de base $\overline{MN}$, prueba que el ΔMNP también lo es.

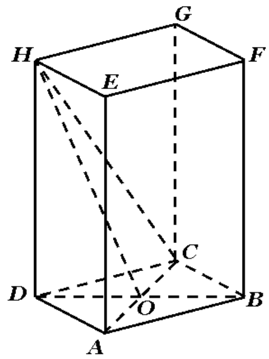
c) Si $\overline{MN}$ es igual al diámetro de la circunferencia y el $\angle$PTO = 60º, calcula el área del ΔMNP y el volumen de la pirámide oblicua OMNP.

3.



En la figura ABCDS es una pirámide recta de base cuadrada de 4,0 cm de lado. El punto O es la proyección de S sobre la base y P punto medio de $\overline{AB}$, el $\angle$PSO = 30º. Calcula el volumen de la pirámide, su área lateral y total.

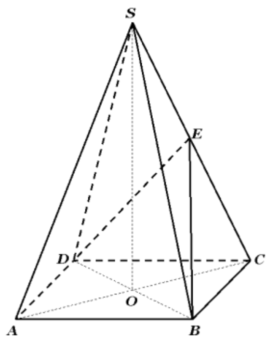
4. Un prisma recto ABCDEFGH tiene como bases los rombos ABCD y EFGH. ABCD está en el plano α y sus diagonales son $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ que se cortan en O. Demuestra que $\overline{OH}$ es altura del ΔHOC.



a) Si el perímetro del rombo es de 52 cm, la diagonal $\overline{AC} = 2 \cdot \overline{BD} + 4$ y el $\angle$DOH = 60º, calcula el área del ΔHOC.

b) Calcula el volumen del prisma.

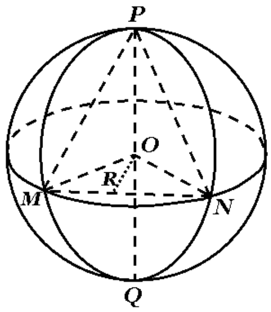
5. La pirámide recta ABCDS de base cuadrada se corta por un plano que contiene a los puntos B, D y E de forma tal que E es el punto medio de la arista $\overline{SC}$. Si el área de su base es de 98,0 cm^2 y la arista $\overline{SC}$ = 25,0 cm,



a) calcula el volumen de la pirámide resultante,

b) halla el área de la sección transversal y su inclinación respecto a la base.

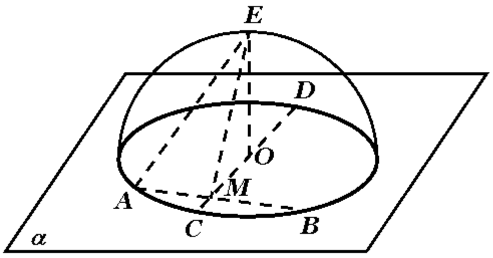
6. En la figura $\overline{PQ}$ es un diámetro de la esfera de centro O y radio $\overline{OM}$ perpendicular al plano MNO, $\overline{OM} \perp \overline{ON}$, R punto medio de $\overline{MN}$ y N punto de la esfera.



a) Demuestra que el ΔMNP es isósceles.

b) Prueba que: $\Delta ORN \sim \Delta MOP$.

c) Si $\overline{PQ}$ = 10 cm, calcula el volumen de la esfera y el de la sección de esfera PMQN.

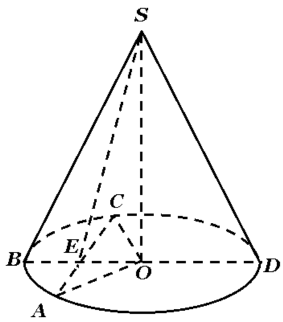
7. 

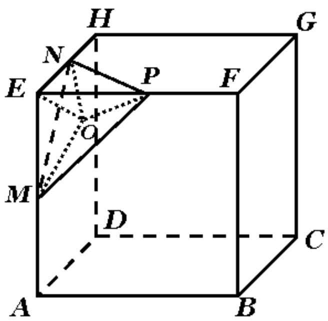
Sobre el plano α se apoya una semiesfera de centro O, donde $\overline{CD}$ es un diámetro tal que $\overline{CD} \perp \overline{AB}$.

Los puntos A, B, C, D y E son puntos de la semiesfera con O proyección sobre α del punto E.

Si $\overline{AB} = 4\sqrt{5}$ cm y el área del ΔAME de $10\sqrt{5}$ cm^2, calcula el volumen de la semiesfera y el de la pirámide AMOE.

8. Sean los puntos A, B, C y D de la circunferencia base de un cono de altura $\overline{OS}$. La oblicua $\overline{SE}$ forma con su proyección $\overline{OE}$ sobre el plano de la base del cono el $\angle$SEO = 45º, la cuerda $\overline{AC}$ es perpendicular al diámetro $\overline{BD}$ en el punto E, $\overline{AC}$ = 4,0 cm y $\angle$AOC = 60º. Halla el volumen del cono y demuestra que $\overline{SE} \perp \overline{AC}$.



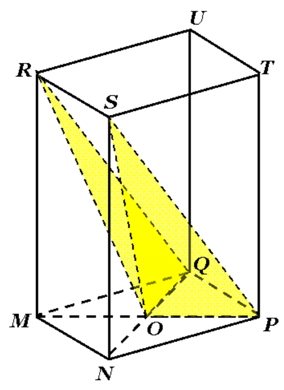
9. 

Al cubo ABCDEFGH de 12 dm de lado lo corta un plano por los puntos medios M, N y P de las aristas concurrentes en el vértice E. O es la proyección sobre el plano MNP del vértice E .

a) Demuestra que el ΔMNP es equilátero.

b) Calcula el volumen y el área total de la pirámide resultante MPNE.

10. En el prisma MNPQRSTU recto de base cuadrada se han trazado las oblicuas $\overline{RO}$, $\overline{RQ}$, $\overline{SO}$ y $\overline{SP}$. La diagonal de la base $\overline{MP}$ mide 4,0 dm y el $\angle MOR = 60º$.

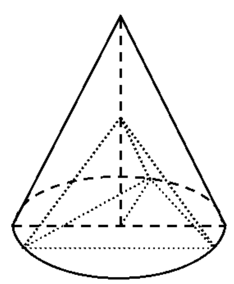


a) Demuestra que: $\Delta OQR = \Delta OPS$.

b) Calcula el área del Δ OPS.

c) ¿Qué por ciento representa el volumen de la pirámide ONPS del volumen del prisma?

11. La figura muestra un cono circular recto en cuya base se ha inscrito un triángulo equilátero de 4,0 dm de lado que a su vez es la base de una pirámide de altura igual a la distancia del centro del cono a uno de los vértices del triángulo.



a) Calcula el volumen de la pirámide.

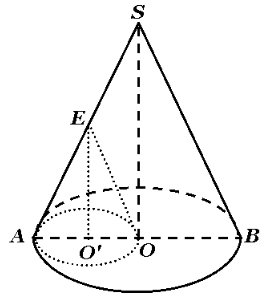
b) Calcula el volumen del cono sabiendo que la razón entre ambas alturas es $\frac{1}{2}$.

12. Dos puntos M y N exteriores al plano α, que se encuentran separados entre sí 15 cm, están a igual distancia de dicho plano. Se trazan las oblicuas $\overline{MA}$ y $\overline{NB}$ con una inclinación de 45º tales que sus proyecciones sobre α son paralelas e iguales a 12 cm y perpendiculares al segmento determinado por los puntos A y B.

a) Calcula el volumen del prisma de base triangular que queda determinado y su área total.

b) Halla las longitudes de las oblicuas $\overline{MB}$ y $\overline{NA}$ y su inclinación respecto al plano α.

13. Un cono circular recto de diámetro $\overline{AB} = 12$ dm, tiene dentro otro cono cuya base es tangente interior en A a su base y diámetro igual al radio del cono exterior. La altura $\overline{O'E}$ del cono interior es de 40 cm.



a) Calcula el volumen de ambos conos.

b) Calcula el área lateral del cono exterior.

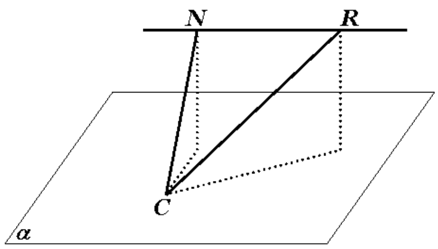
14. Desde un punto S se trazan dos oblicuas $\overline{SA}$ y $\overline{SB}$ al plano α formando un ángulo de 60º entre sus proyecciones en α. La oblicua $\overline{SA}$ tiene una inclinación de 45º respecto a α y su proyección es perpendicular al $\overline{AB}$ que mide 10,8 dm.

a) Calcula el volumen de la pirámide.

b) Determina el ángulo de inclinación de la oblicua $\overline{SB}$.

c) Halla el área del ΔSAB.

15. Por dos punto R y N de una paralela al plano α se trazan las oblicuas $\overline{RC}$ y $\overline{NC}$, determinándose el ΔRNC rectángulo en N. Si $\overline{RN} = 8{,}0$ dm $\angle RCN = 30º$ y la oblicua $\overline{NC}$ tiene una inclinación de 45º respecto al plano α.

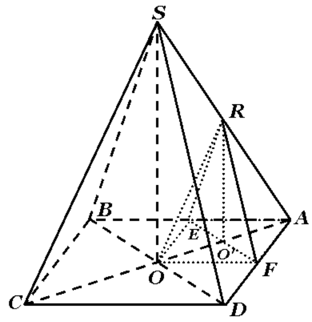


a) Determina el volumen de la pirámide.

b) Halla la longitud e inclinación de la oblicua $\overline{RC}$.

c) Calcula la altura relativa a la hipotenusa del ΔRNC.

16. La pirámide recta de base cuadrada ABCDS tiene en su interior otra pirámide de base cuadrada AEOFR de forma tal que el vértice $R \in \overline{AS}$ como muestra la figura. E y F son los puntos medios de las aristas $\overline{AB}$ y $\overline{AD}$ respectivamente, $\overline{AF} = 2{,}0u$ y $\overline{OS} = \overline{AC}$.



a) Calcula el volumen de ambas pirámides.

b) Demuestra que: $\overline{OR} \perp \overline{BD}$.

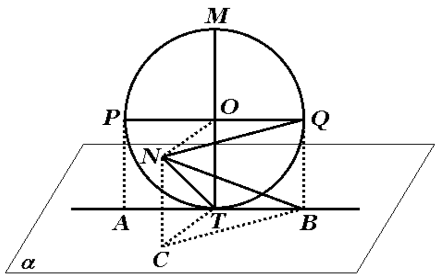
c) Prueba que: $\Delta FRE \sim \Delta DSB$.

17. De una pirámide de base triangular equilátera de 6,0 cm de lado y de altura el doble de la arista de la base se quiere obtener un tetraedro regular de igual base.

a) ¿Qué cantidad de material hay que rebajar para obtener el tetraedro?

b) ¿Qué ángulo formarían las aristas laterales del tetraedro y de la pirámide?

18. En una circunferencia $C(O;\overline{OM})$, $\overline{MT}$ y $\overline{PQ}$ son diámetros perpendiculares entre si, $\overline{MT}$ es perpendicular al plano α y la circunferencia es tangente en T a la recta AB determinada por las proyecciones de P y Q sobre α como muestra la figura. Un punto $N \notin \alpha$ cumple que $C = proy_{\alpha} N$ y

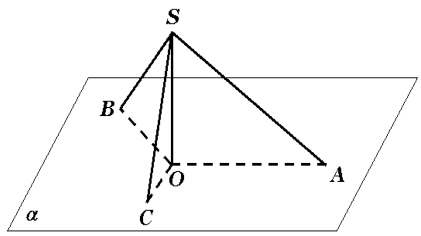


O = $proy_{PTQ}$ N.

a) Prueba que los triángulos NQB y NTB son rectángulos.

b) Si $\overline{MT}$ = 15 dm y $\angle$NTO = 60º, calcula el volumen de la pirámide OTBQN y del prisma CBTNQO.

19. Desde un punto S que dista 12 dm de un plano α se trazan tres oblicuas $\overline{SA}$, $\overline{SB}$ y $\overline{SC}$ cuyas proyecciones $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ y $\overline{OC}$ miden 16 dm, 9,0 dm y 5,0 dm respectivamente. Los ángulos que forman las proyecciones miden $\angle$AOB = 150º, $\angle$BOC = 120º y $\angle$AOC = 90º.



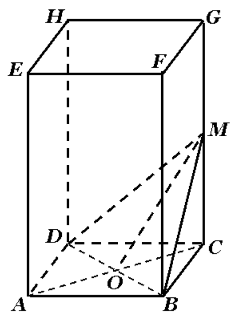
a) Calcula la longitud de cada oblicua y su inclinación respecto al plano α.

b) Halla la distancia entre cada pie de las oblicuas.

c) Determina el volumen de la pirámide ABCS.

20. A un cono circular recto de 10 cm de radio y 30 cm de altura se le quiere inscribir un cilindro circular recto de 8,0 cm de radio. Determina la altura del cilindro y qué porciento representa su volumen respecto al volumen del cono.

21. El volumen del prisma ABCDEFGH es de 2,05 dm^3, su base es un cuadrado de 256 cm^2. El prisma es cortado por el plano MDB de forma tal que M es el punto medio del $\overline{CG}$ como se muestra en la figura.



a) Prueba que: ΔBMD es isósceles.

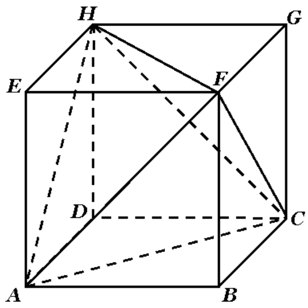
b) Calcula el área del ΔBMD.

c) Demuestra que:

$A_{\Delta BCD} = A_{\Delta BMD} \cdot \cos\angle MOC$.

d) Halla el volumen de la pirámide DBCM.

22.

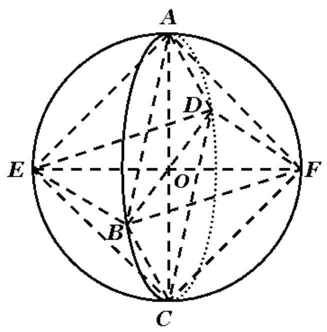


Desde el vértice F del cubo ABCDEFGH se trazan las diagonales de las caras cuya intersección es dicho vértice, determinándose la pirámide ACHF.

a) Prueba que la pirámide ACHF es un tetraedro regular.

b) Si la arista del cubo es de 9,6 dm; halla el volumen de ACHF y la inclinación de sus caras respecto a las del cubo.

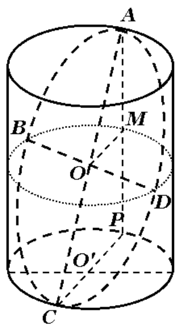
23. En una esfera de centro O y radio $\overline{OA}$ los arcos AB, BC, CD y AD son iguales y pertenecen a una de las circunferencias de la esfera, $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ y $\overline{EF}$ son diámetros de la esfera perpendiculares entre sí.



a) Si el radio de la esfera es de 5,3 cm; calcula el volumen del cuerpo formado dentro de ella como muestra la figura.

b) Calcula el área total de dicho cuerpo.

24. Un cilindro de 9,0 cm de radio y 40 cm de altura tiene inscrita una elipse cuyo eje menor y la proyección del eje mayor sobre la base son iguales al diámetro del cilindro como muestra la figura.

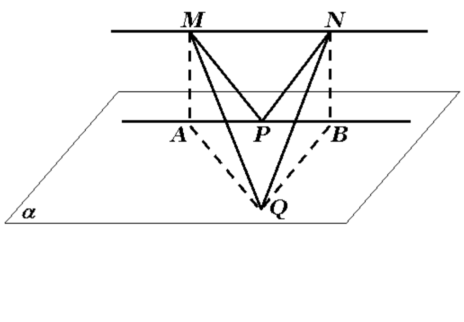


a) Si el área de una elipse se obtiene por la relación **A = πab**, donde "a" es la longitud del semieje mayor y "b" la del semieje menor, calcula su área.

b) ¿Qué amplitud tiene el ángulo de inclinación del plano que contiene a la elipse respecto a la base en que se apoya el cilindro?

25. Una recta MN paralela al plano α dista del plano 100mm, siendo la recta AB su proyección sobre α y el punto P es el punto medio del $\overline{AB}$.

Se trazan las oblicuas $\overline{MP}, \overline{MQ}, \overline{NP}$ y $\overline{NQ}$ tales que $\overline{MQ} = \overline{NQ}$ con $Q \in \alpha$ y $\overline{PQ} \perp NMP$.



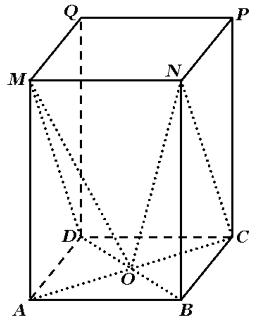
a) Demuestra que: $\Delta MQP = \Delta NPQ$.

b) Prueba que: ΔAQB es isósceles.

c) Si $\overline{MN}$ = 20 cm y $A_{\Delta ABQ}$= 1,5 dm^2, calcula el volumen de la pirámide NMPQ y el área del ΔQNM.

d) De los triángulos que se forman en la figura, ¿cuáles son rectángulos? Fundamenta tu respuesta.

26. En el prisma de base cuadrada ABCDMNPQ y altura 8,0 dm, la diagonal $\overline{AC}$ = 6,0 cm, se trazan las oblicuas $\overline{MD}$, $\overline{MO}$, $\overline{NC}$ y $\overline{NO}$.

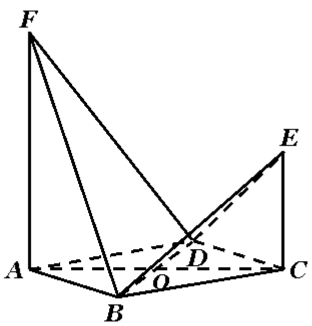


a) Prueba que los triángulos OMD y OCN son rectángulos e iguales.

b) Calcula la amplitud del ángulo formado por las oblicuas $\overline{MO}$ y $\overline{NO}$.

c) ¿Qué porciento representa el volumen de la pirámide AODM del volumen del prisma?

27.



El rombo ABCD sirve de base a dos tetraedros tal como muestra la figura.

$\overline{AF} = 2 \cdot \overline{EC}$, $\overline{AF} \parallel \overline{EC}$ y $\overline{AF} \perp ABC$.

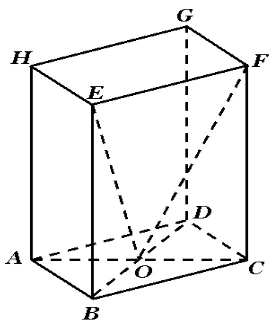
Si $\overline{AC}$ = 8,0 cm , $\overline{BD}$ = 6,0cm y $\angle EBC$ = 45º, calcula:

a) Área del ΔFBD.

b) Área del ΔBDE.

c) Volumen del cuerpo formado.

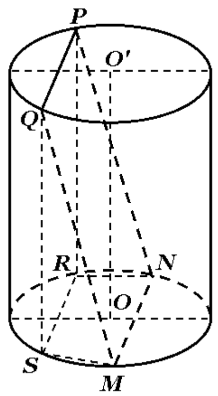
28. En el prisma ABCDEFGH de base romboidal se cumple que: $\overline{BD}$ = 6,0 cm y $\overline{AC} = \overline{FC}$ = 8,0 cm.



a) ¿Es isósceles el ΔEOF que se forma al trazar las oblicuas $\overline{OE}$ y $\overline{OF}$? Fundamenta

b) Calcula el ángulo que forman las oblicuas $\overline{OE}$ y $\overline{OF}$ y el área del ΔEOF.

29. Un cilindro de 24 cm de diámetro y 40 cm de altura tiene inscrito un trapecio isósceles MNPQ como nuestra la figura. La distancia de $\overline{MN}$ al centro O es la cuarta parte del radio y la de $\overline{PQ}$ al centro O' es la mitad del radio.

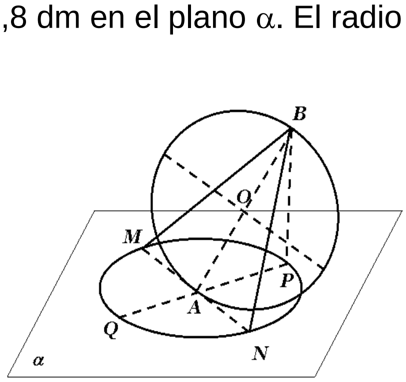


a) Prueba que la proyección MNRS de MNPQ es también un trapecio isósceles.

b) Calcula el área del trapecio MNPQ y de su proyección.

c) Calcula el ángulo de inclinación del plano MNQ respecto a la base de centro O del cilindro.

30. Una circunferencia de centro O y radio $\overline{OA}$ es tangente al plano α en A, centro de una circunferencia de radio $\overline{AP}$ = 6,8 dm en el plano α. El radio $\overline{AP}$ es la proyección sobre α del diámetro $\overline{AB}$. Los pies de las oblicuas $\overline{BM}$ y $\overline{BN}$ determinan el diámetro $\overline{MN} \perp \overline{PQ}$ en la circunferencia de centro A.



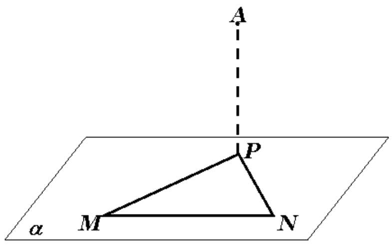
a) Demuestra que el ΔMNB es isósceles.

b) Si $\angle$BAP = 70,1º, calcula el área del

ΔMNB y el volumen de la pirámide

MNPB y el área del círculo de centro O.

31. En el plano α el triángulo MNP es isósceles y rectángulo en P, sus catetos miden 10 cm. El vértice P es la proyección sobre el plano de un punto A que se encuentra a 20 cm del plano como muestra la figura.

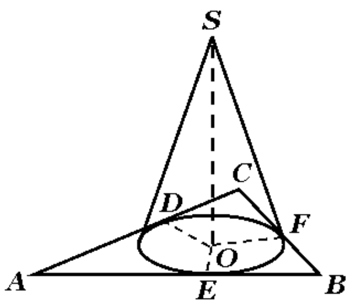


a) Demuestra que el ΔMNA es isósceles.

b) Halla la distancia del punto A a la hipotenusa del triangulo MNP.

c) Calcula el volumen y el área lateral de la pirámide MNPA.

32. Un ΔABC equilátero de 24,0 cm de lado tiene inscrita una circunferencia de centro O que sirve de base a un cono de 20,0 cm de altura y vértice S cuya proyección en el plano ABC es el punto O.

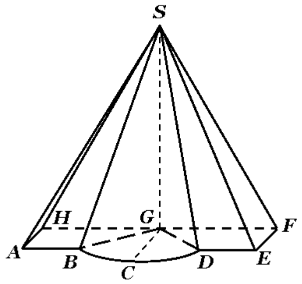


a) Halla la inclinación de las generatrices del cono y su volumen.

b) Halla el volumen de la pirámide DEFS y su área total.

c) ¿Está inscrito el cono en el tetraedro de base ABC? Fundamenta.

33. La figura muestra un cuerpo formado por dos pirámides oblicuas cuyas bases son trapecios rectángulos y un cuarto de cono de radio $\overline{GC}$, donde $\overline{AB} = \overline{DE} = \overline{AH} = \overline{EF}$, G punto medio de $\overline{HF}$, $\overline{HG} = 2 \cdot \overline{AB}$ y $\overline{HF}$ = 24 cm.



Si el ΔHFS es equilátero,

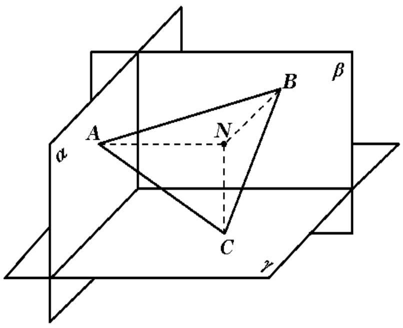
a) calcula el volumen del cuerpo.

b) Demuestra que: ΔABS = ΔDES.

c) Determina las aristas que son iguales.

Fundamenta tu respuesta.

34. Sobre tres planos α, β y γ perpendiculares entre si dos a dos se proyecta un punto N que no pertenece a ninguno de ellos de forma tal que A = proy$_{\alpha}$N, B = proy$_{\beta}$N y C = proy$_{\gamma}$N.



$\overline{NA} = \overline{NB}$ = 80 cm y $\overline{NC}$ = 60 cm.

a) Prueba que: el ΔACB es isósceles.

b) Halla el área del ΔACB y la amplitud de sus ángulos interiores.

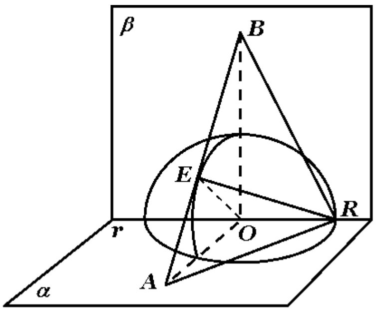
c) Calcula el volumen de la pirámide ACBN.

d) Calcula la amplitud del ángulo de inclinación respecto al plano β de las oblicuas $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$.

e) Las oblicuas $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ tienen la misma inclinación respecto al plano γ.

Fundamenta esta afirmación.

35. Una esfera de centro O y radio $\overline{OR}$ es cortada por dos planos α y β



perpendiculares. La oblicua $\overline{AB}$ es tangente en E a la esfera, O es la proyección de los puntos A, B y R sobre los planos β, α y AOB respectivamente y $\overline{OA} = \overline{OB}$.

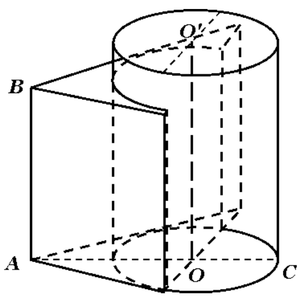
a) Demuestra que: ΔARB es isósceles.

b) Si $\overline{OE}$ = 7,00 cm y $\overline{BR} = 7\sqrt{3}$ cm, calcula la longitud de la oblicua $\overline{AB}$ y el área del ΔARB.

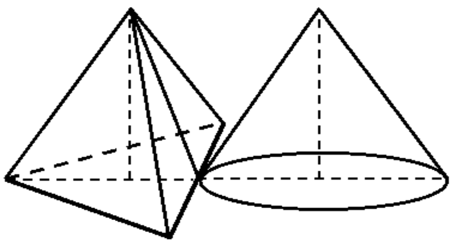
c) Calcula el volumen de la pirámide oblicua de base EOR y vértice B.

d) Calcula la amplitud del ángulo formado entre las oblicua $\overline{AR}$ y $\overline{BR}$.

36. La base del cuerpo que representa la figura está compuesta por una circunferencia y un triángulo equilátero de forma tal que la circunferencia es tangente a dos lados del triángulo y su centro O es el punto medio del tercer lado del triángulo. Calcula el volumen del cuerpo sabiendo que $\overline{AB}$ y $\overline{OO'}$ son perpendiculares a la base, $\overline{OC}$ = 5,0 cm, $\overline{AB} = 4\overline{OC}$ y $\overline{OO'} = 5\overline{OC}$.



37. Un pirámide recta de base triangular equilátera de 24 cm de lado tiene igual altura que un cono cuya base es tangente a la de la pirámide. El radio del cono es igual a la distancia del centro del triángulo equilátero a uno de sus vértices y el ángulo de inclinación de las aristas de la



pirámide respecto a la base es de

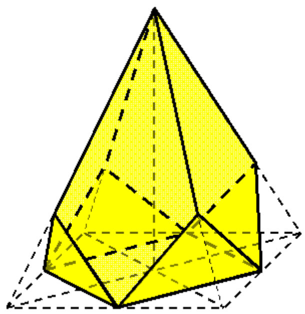
54,7º.

a) Calcula el volumen de ambos
cuerpos.

b) Calcula el área lateral de la pirámide.

c) Calcula la amplitud del ángulo formado por la generatriz del cono y la altura de la cara de la pirámide en el punto de tangencia.

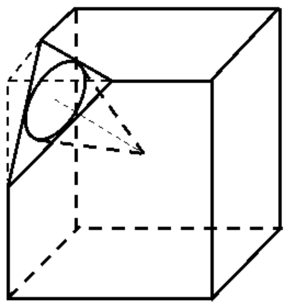
38. Una pirámide recta de base cuadrada es cortada por 4 planos de forma tal que intersecan a la base por los puntos medios de sus lados y a las aristas laterales por un punto que determina un segmento cuya longitudes es un tercio de la longitud de las aristas. Si la base tiene 64,0 cm^2 de área y la altura de la pirámide es de 1,50 dm:



a) Calcula el volumen del cuerpo resultante.

b) Halla el área de cada sección transversal y su inclinación respecto a la base.

39. Un cubo de 36 cm de lado es cortado por los puntos medios de tres

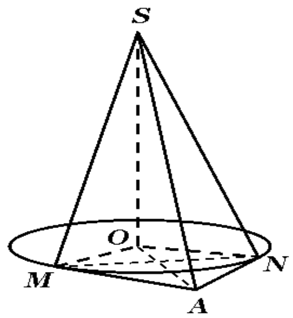


aristas concurrentes en un vértice, por la sección transversal se realiza una perforación cónica tal que la circunferencia base queda inscrita en los lados de la sección transversal y la profundidad del hueco llega hasta el centro del cubo como se muestra en la figura.

a) Calcula el volumen del material eliminado.

b) Halla el área total del cuerpo resultante.

40. Desde un punto A exterior a una circunferencia de centro O y radio 5,0 cm se trazan las tangente $\overline{AM}$ y $\overline{AN}$. El centro O es la proyección de un punto S sobre el plano de la circunferencia y dista del plano 1,2 dm.



a) Prueba que el triángulo MNS es isósceles.

b) Demuestra que los triángulos SMA y SAN son rectángulos e iguales.

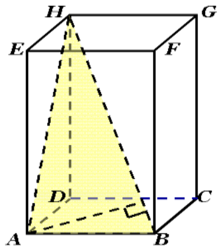
c) Si $\angle MAS = 60º$, calcula la distancia del punto A al centro de la circunferencia.

d) Calcula el volumen y el área total de la pirámide MANOS.

41. La altura y una paralela media de un triángulo equilátero de lado *l* representan el eje mayor y menor de una elipse que sirve de base a un cilindro recto cuya altura es el duplo de la altura del triángulo equilátero. Calcula el volumen del cilindro en función del lado del triángulo.

42. Una pirámide regular de base cuadrada de lado 9,0 cm y 15 cm de altura se corta por un plano paralelo a la base de forma tal, que su intersección con las aristas laterales son puntos cuyas distancias al vértice son los dos tercios de la longitud de la arista. Halla el volumen y el área total de la pirámide resultante.

43. Un cubo tiene un hueco cónico por el centro de una cara tal que su profundidad es la cuarta parte de la arista, y el diámetro es el doble de su profundidad. ¿Cuánto mide la arista del cubo y cuál es la capacidad del hueco si el cuerpo resultante tiene un volumen de 63 dm^3 ?



44. En el ortoedro ABCDEFGH, $\overline{AB} = 21$cm y la diagonal de la cara ADHE mide 28 cm. Calcula la distancia del vértice A a la diagonal interior $\overline{BH}$ y el área del triángulo ABH.

45. Desde un punto S a 24 cm de un plano α se trazan las oblicuas $\overline{SA}$, $\overline{SB}$ y $\overline{SC}$ de 25 cm de longitud cada una de forma tal que los puntos A, B y C forman sobre α un triángulo acutángulo.

a) Calcula el volumen del cono de vértice S y cuya base contiene a los puntos A, B y C.

b) Si las proyecciones de las oblicuas $\overline{SA}$ y $\overline{SB}$ forman un ángulo de 120º, calcula el área del ΔSAB.

c) Calcula el ángulo entre las oblicuas $\overline{SA}$ y $\overline{SB}$.

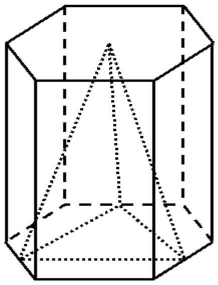
46. Un punto P se proyecta sobre el plano de un cuadrado ABCD de 9,0 cm de lado tal que el vértice C es su proyección y se trazan las oblicuas $\overline{AP}$, $\overline{BP}$ y $\overline{DP}$.

a) Demuestra que: ΔABP = ΔADP.

b) ¿Es la oblicua trazada desde el punto P al centro del cuadrado la altura del ΔBPD? Fundamenta.

c) Si el punto P dista del plano 40 cm, calcula el área de los triángulos ABP y BPD.

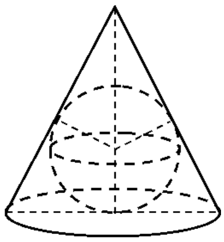
47. Un prisma de base exagonal regular de 4,0 dm de lado tiene inscrita una pirámide recta de base equilátera tal que los vértices de este triángulo son los puntos medios de lados alternos del exágono.



a) Si la altura del prisma es de 6,0 dm, calcula el volumen y el área lateral de la pirámide.

b) ¿En qué porcentaje debe reducirse la altura para que la pirámide sea un tetraedro regular?

48. Un cono recto de radio r tiene inscrita una esfera de radio R tal que $R = \frac{\sqrt{3}}{3} r$. Demuestra que:



a) La sección transversal del cono, bajo esas condiciones, es un triángulo equilátero.

b) $\frac{V_e}{V_c} = \frac{4}{9}$.

c) Si el radio de la base del cono es de 6,0 dm, halla el volumen de la esfera.

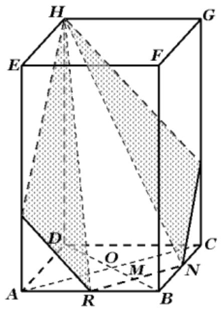
49. A una pirámide de base cuadrada de 7,6 cm de lado se le hace una perforación semiesférica por el centro de la base. Si el radio de la semiesfera es de 3,0 cm y la inclinación de las caras de la pirámide es de 60º,

a) ¿cuál es el volumen de la pirámide perforada?

b) ¿es tangente la semiesfera a las caras de la pirámide?

c) calcula el área lateral de la pirámide.

50. El prisma ABCDEFGH de base cuadrada es cortado por un plano de forma tal que lo hace por los puntos medios de dos aristas consecutivas de la base y por el vértice H como se muestra en la figura. Si el cuadrado base tiene 4,0 dm de lado y la altura del prisma es de 6,0 dm:



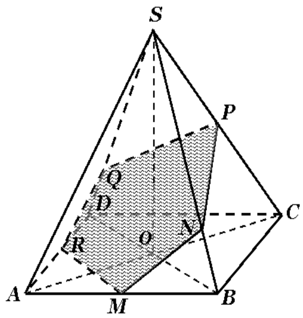
a) halla el área de la sección transversal sombreada,

b) ¿cuál es la amplitud del ángulo de inclinación con que el plano cortó al prisma?

c) ¿Es $\overline{QR} = \overline{NP}$? Fundamenta.

d) Demuestra que para cualquiera sea la longitud de la arista de la base y la altura del prisma el plano divide a la altura en la razón 1:3.

51. La figura muestra una pirámide recta de base cuadrada de altura igual a la arista de la base de 4,0 cm de longitud, que es cortada por el plano RMP donde R, M y P son puntos medios de las aristas correspondientes y $\overline{QN} \parallel \overline{BD}$.

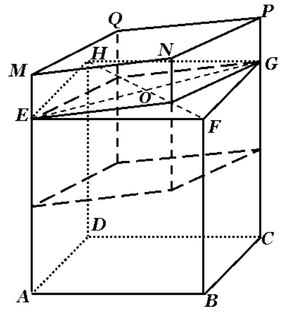


a) Calcula la amplitud del ángulo de inclinación de la sección transversal.

b) Demuestra que para cualquiera sea la longitud de la altura el plano divide a esta en la razón 1: 4.

c) Halla el área de la sección transversal RMNPQ.

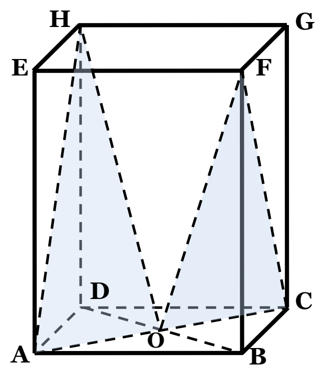
52. En el cubo ABCDEFGH se introduce un prisma de base romboidal hasta la mitad de su altura como se muestra en la figura. El prisma tiene una altura igual a los tres cuartos de la altura del cubo y la longitud de la diagonal menor de su base es la mitad de la diagonal de las caras del cubo cuyas aristas miden 16 dm. Calcula:



a) el volumen del prisma y el del cubo hueco que le sirve de base,

b) el área total y volumen del cuerpo.

53. En el prisma recto de base cuadrada ABCDEFGH; se han trazado las oblicuas al plano ABC, $\overline{AH}$, $\overline{OH}$, $\overline{OF}$ y $\overline{CF}$.



a) Demuestra que los triángulos AOH y CFO son rectángulos e iguales.

b) Si $\angle$OFC = 30^0 y $\overline{OF}$ = 15 cm, calcula:

b.1) El área del triángulo OCF y del cuadrilátero ACGE.

b.2) El área toral del prisma y su volumen.

54. En el plano α está el rombo ABCD de 4,0 dm de lado y cuya diagonal mayor $\overline{AC}$ mide 6,92 dm. Desde un punto E que se encuentra del plano α a una distancia igual a la longitud de la diagonal mayor del rombo ABCD se trazan las oblicuas $\overline{EB}$ y $\overline{ED}$, y la perpendicular $\overline{EC}$ como se muestra en la

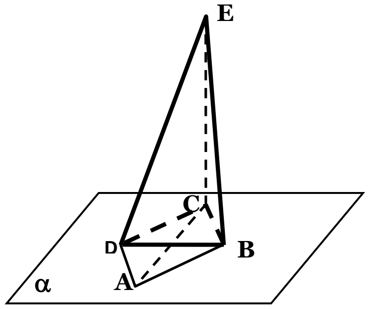


figura.

a) Demuestra que el triángulo BED es isósceles.

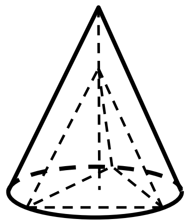
b) Calcula:

b.1) El área del triángulo BED

b.2) La amplitud del $\angle BED$

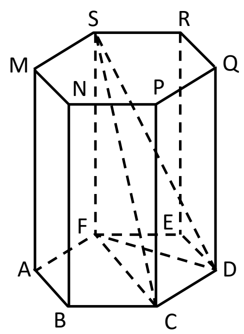
b.3) El volumen de la pirámide CBDE.

55. Un cono circular recto tiene un hueco piramidal de forma tal que la base de la pirámide es un triángulo equilátero inscrito en la base del cono como se muestra en la figura. Si las generatrices del cono miden 13,0 dm y el diámetro de la base 10,0 dm, calcula el volumen del cono perforado sabiendo que la profundidad del hueco es dos tercios de la altura del cono.



a) ¿Cuántos galones de pintura son necesarios comprar para pintar completamente 10 conos perforados con dos manos si con un galón de pintura se pintan 9,0 m^2 de superficie?

56. En el prisma regular de base exagonal de la figura se han trazado desde el vértice S las diagonales interiores $\overline{DS}$ y $\overline{CS}$.



a) Demuestra que el triángulo SCD es rectángulo.

b) Si el lado del exágono es de 8,0 cm y la altura del prisma de 24 cm, calcula:

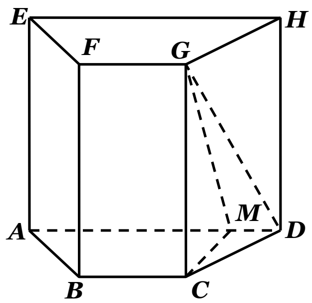
b.1) El ángulo de inclinación de las diagonales trazadas.

b.2) El área del $\triangle$SCD y el de su proyección sobre la base del prisma.

b.3) El volumen de la pirámide FCDS y la del prisma

57. Un cono circular es cortado por un plano determinado por un diámetro de la base y el vértice del cono. Calcula el área de la sección transversal y el volumen del cono sabiendo que el área de círculo base es de 78,5 cm^2 y las generatrices tienen una inclinación de 60^0 con la base.

58. El prisma recto ABCDEFGH de altura 16,0 cm tiene como base un trapecio de área 1,32 dm^2 y cuyas bases mayor y menor miden 15,0 cm y 7,00 cm respectivamente.



- $\overline{CM}$: altura del trapecio base
- $\overline{GD}$: diagonal de la cara CDGH
- $\overline{GM}$: oblicua
- $\angle ADC = 67{,}4^0$

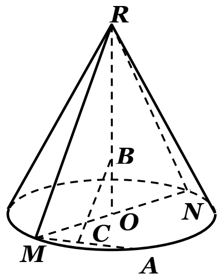
a) Demuestra que el ΔGMD es rectángulo.

b) Calcula:

b.1) el área del ΔGMD y el área lateral del prisma,

b.2) el volumen de la pirámide CDMG.

59. Un cono circular recto es cortado por un plano determinado por un diámetro y el vértice del cono. Desde el baricentro de la sección transversal se traza una oblicua al punto medio de una cuerda que tiene un extremo común con un extremo del diámetro y cuya longitud es igual al radio como se muestra en la figura.



a) Demuestra que la oblicua es perpendicular a la cuerda.

b) Si la altura del cono es de 10,38 dm y la distancia del baricentro al plano es igual al radio, calcula:

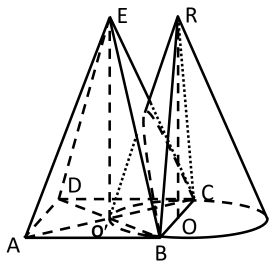
b.1) la distancia de la cuerda al centro del cono,

b.2) la longitud de la oblicua,

b.3) El volumen del cono que tiene igual radio y vértice en el baricentro.

60. Un cono se interseca con una pirámide regular de forma tal que dos lados opuestos de la base de la pirámide son tangentes a la base del cono y otro lado coincide con un diámetro como se muestra en la figura.

a) Demuestra que las generatrices del cono $\overline{BR}$ y $\overline{CR}$ son perpendiculares a los lados tangentes a la base del cono



b) Si la diagonal de la base de la pirámide mide

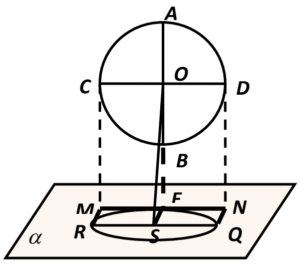
10,0 dm, las aristas laterales miden 13,0 dm y ambos cuerpos tienen igual altura,

b.1) halla el ángulo de inclinación de la intersección, del cono con la pirámide y de las generatrices del cono,

b.2) calcula el volumen del cono y de la pirámide.

61. Una circunferencia de centro O y diámetros $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ se proyecta sobre un plano α de forma tal que $\overline{MN}$ = $proy_{\alpha}C(O;\overline{OB})$, E = $proy_{\alpha}\overline{AB}$ y $\overline{CD} \parallel \alpha$.

En el plano α la circunferencia de centro S y diámetro $\overline{RQ}$ es tangente a $\overline{MN}$ en el punto E, $\overline{RQ} \parallel \overline{MN}$ y $\overline{RQ} = \overline{MN}$.



a) Demuestra que la oblicua $\overline{OS} \perp \overline{RQ}$.

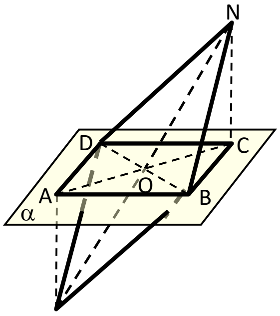
b) Si $\overline{BE}$ = 7,0 cm y $\overline{OS}$ = 13 cm, calcula:

b.1) El radio de ambas circunferencias.

b.2) El área del triángulo ROQ.

b.3) el volumen del prisma CRMDQM.

62. El cuadrado ABCD en el plano α es cortado por el cuadrilátero BNDM por la diagonal $\overline{BD}$ de forma tal que A = $proy_{\alpha}M$, C = $proy_{\alpha}N$ y $\overline{MN} \cap \overline{BD} = \{O\}$ como se muestra en la figura.



a) Demuestra que $\overline{MN} \perp \overline{BD}$.

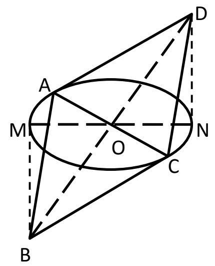
b) El cuadrilátero BNDM es un rombo. Fundamenta esta afirmación.

c) Si el área del cuadrado ABCD es de 2,88 dm^2 y el punto M se encuentra a 16,0 cm del plano α, calcula:

c.1) El área del rombo BNDM y el ángulo con que corta al plano α

c.2) El volumen de la pirámide BCDM y su área total.

63. Un rombo ABCD es cortado por una circunferencia de centro O y diámetro $\overline{AC}$, de forma tal que las proyecciones de los vértices B y D sobre el plano de la circunferencia son los extremos del diámetro $\overline{MN}$ como se muestra en la figura.



a) Demuestra que el cuadrilátero AMCN es un cuadrado.

b) Si el área del rombo es de 130 dm^2 y el diámetro de la circunferencia es de 10,0 dm, calcula:

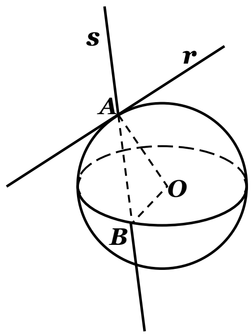
b.1) El área del cuadrado AMCN.

b.2) La distancia de los vértices B y D al plano de la circunferencia.

b.3) El ángulo de inclinación del rombo respecto al plano de la circunferencia.

b.4) El volumen de la pirámide ACND.

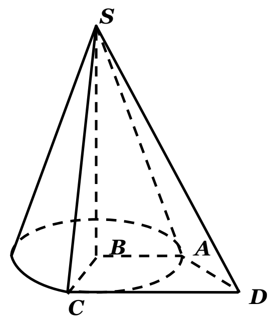
64. Una recta r es tangente a una circunferencia mayor de una esfera de centro O y radio $\overline{OA}$ en el punto A y otra recta s es secante a la esfera en los puntos A y B tal que el centro O es la proyección del punto B sobre el plano determinado por la recta r y el centro de la esfera al cual pertenece la circunferencia de centro O y radio $\overline{OA}$.



a) Demuestra que r $\perp$ s.

b) Si el volumen de la esfera es de 904 cm^3, calcula la longitud de la cuerda $\overline{AB}$ y el área de la esfera.

65. En el vértice B de un ángulo recto del trapecio rectángulo ABCD se ha trazado la circunferencia base de un cono circular recto de radio $\overline{BA}$ = 8,0 cm tangente en C a la base mayor del trapecio la cual es igual al diámetro de la circunferencia.



a) Demuestra que el triángulo CDS es rectángulo.

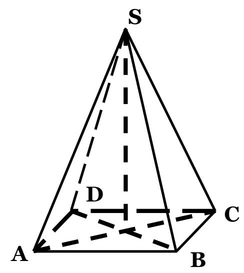
b) Calcula el volumen de la pirámide oblicua que tiene como base dicho trapecio y su altura coincide con la altura del cono si sus generatrices tienen una inclinación de 60^0 con la base.

c) Calcula su el área del triángulo CDS.

d) Calcula la inclinación de la arista $\overline{SD}$.

66. Sea la pirámide regular ABCDS de base cuadrada cuya sección transversal al ser cortada por un plano determinado por una diagonal de la base y el vértice superior de la pirámide es un triángulo equilátero.

a) Demuestra que las aristas laterales son ortogonales con la diagonal de la base que no tienen puntos comunes con ellas. (Nota: Dos rectas se dicen ortogonales si son perpendiculares o se cruzan formando ángulos de 90^0).



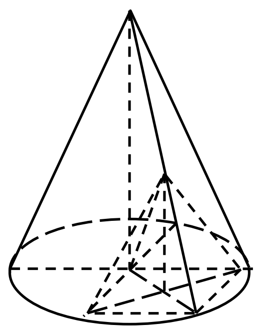
b) Si el lado del cuadrado base mide 14,1 dm, calcula:

b.1) el área del triángulo ACS,

b.2) el volumen de la pirámide,

b.3) el área lateral y total de la pirámide.

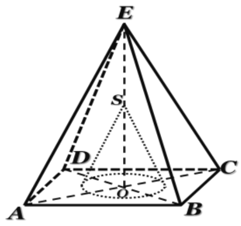
67. El cono de la figura tiene un volumen de 94,2 dm^3 y una altura de 10,0 dm. En su interior hay una pirámide regular de base cuadrada cuya diagonal es igual al radio de la circunferencia base, un vértice del cuadrado es el centro de dicha circunferencia y la cúspide es un punto de la superficie lateral del cono.



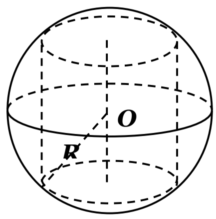
Calcula el volumen de la pirámide.

a) Demuestra que la generatriz del cono que contiene a las cúspides de la pirámide y el cono es ortogonal con una diagonal de la base de la pirámide.

68. La pirámide regular de base cuadrada ABCDE tiene un volumen de 256 dm^3 y un área de la base de 64,0 dm^2. Se le realiza una perforación cónica por el centro de la base de diámetro igual a la mitad de la diagonal del cuadrado y cuyas generatrices son paralelas a las aristas laterales. Calcula el volumen del cuerpo resultante.



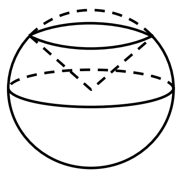
69. Una esfera de centro O tiene inscrita un cilindro de forma tal que su altura (h) excede en 3,00 dm al radio (R) de la esfera y en 5,00 dm al radio (r) de su base como se muestra en la figura, calcula:



a) el volumen de ambos cuerpos,

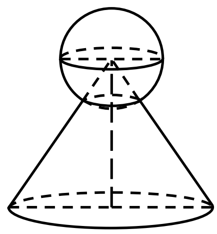
b) el área de la esfera.

70. A una esfera se le realiza una perforación cónica hasta su centro de forma tal que el área del casquete esférico que se le quita es de 75,4 cm^2 y la altura del casquete es un tercio del radio de la esfera como se muestra en la figura.



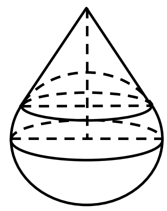
Calcula el volumen y el área del cuerpo resultante.

71. Un cuerpo está formado por la intersección de una esfera y un cono como se muestra en la figura. El cono entra hasta el centro de la esfera de 2,5 cm de radio, su altura es tres medios del radio de la esfera y el radio de su base es igual al diámetro de la esfera.

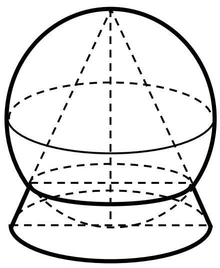


Calcula el volumen del cuerpo.

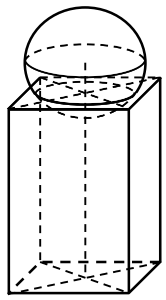
72. Un cuerpo está compuesto por una esfera y un cono de forma tal que las generatrices del cono son tangentes a la esfera y la base del cono es una circunferencia de la esfera como se muestra en la figura. Si el radio de la esfera es de 10 cm y el ángulo entre dos generatrices diametralmente opuestas es de 60º, calcula el volumen del cuerpo y el área total del mismo.



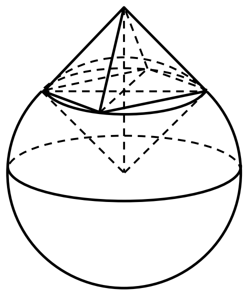
73. La figura muestra un cuerpo formado por una esfera y un cono de altura igual al diámetro de la esfera y al de la circunferencia base. La esfera es tangente a la base del cono y el radio de la circunferencia de intersección es cuatro quintos del radio de la base del cono que es de 5,0 dm. Calcula el volumen y el área total del cuerpo.



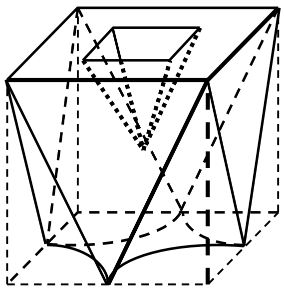
74. Un cuerpo está formado por un prisma recto de base cuadrada que tiene en la base superior una esfera a la cual se le ha cortado un segmento esférico que tiene un volumen de $\frac{5\pi}{3}$ cm^3 y una altura de 1,00 cm. Si la altura del prisma es el duplo de la arista de la base la cual es igual al diámetro de la esfera, calcula el volumen y el área total del cuerpo.



75. A una esfera de radio 6,0 cm se le realiza una perforación cónica hasta su centro. En la circunferencia determinada al realizar la perforación se inscribe un cuadrado que es la base de una pirámide recta cuyas arista laterales son tangentes a la esfera. El centro de la base de la pirámide es el punto medio del segmento determinado por la cúspide de la pirámide y el centro de la esfera. Calcula el volumen del cuerpo así formado.

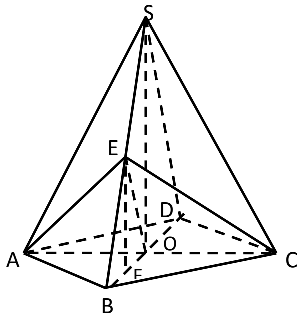


76. A un cubo de 20,0 cm de lado se le realiza una perforación piramidal de base cuadrada por una cara hasta el centro, tal que, la diagonal del cuadrado base es la mitad de la diagonal de la cara del cubo, además, por la cara opuesta a la perforada se le cortan cuatro cuartos de cono iguales cuyas bases son tangentes dos a dos con centro en los vértices de la cara y altura igual a la arista del cubo, como se muestra en la figura. Calcula el volumen y el área



total del cuerpo resultante.

77. En la pirámide recta ABCDS de base romboidal y 24 cm de perímetro de la base, $\angle BCD = 45^\circ$, E $\in \overline{BS}$ y F = proy$_{ABC}$E.



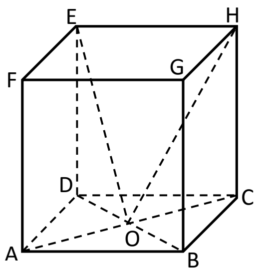
a) Prueba que:

a.1) $\overline{OE} \perp \overline{AC}$

a.2) $\triangle ABE = \triangle BCE$.

a.3) Si $\overline{EF}$ = 12 cm y $\frac{\overline{EF}}{\overline{OS}} = \frac{1}{2}$ entonces $\frac{V_{ABCE}}{V_{ABCDS}} = \frac{1}{4}$

78. La figura muestra un cubo tal que la suma de sus aristas es de 48 cm. Desde los vértices E y H se trazan las oblicuas al centro de la cara ABCD.



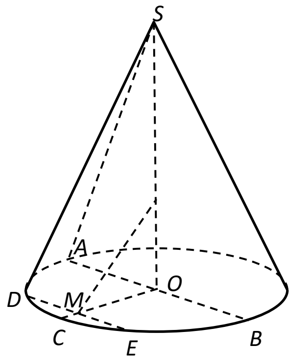
a) Demuestra que: $\overline{OE} \perp \overline{AC}$.

b) ¿Es $\overline{OH}$ mediatriz de $\overline{BD}$? Fundamenta tu respuesta.

c) Calcula el ángulo formado por las oblicuas.

d) Calcula el área del triángulo EOH.

79. En el cono circular recto de la figura tiene un volumen de 314 cm^3 y su altura $\overline{OS}$ = 12,0 cm, es cortado por un plano determinado por el diámetro $\overline{AB}$ y el vértice C y se cumple: C: punto medio del $\widehat{DE}$, $\overline{DE} \cap \overline{OC} = \{M\}$, $\overline{DE} = \overline{OC}$, y G: baricentro del ΔABS.

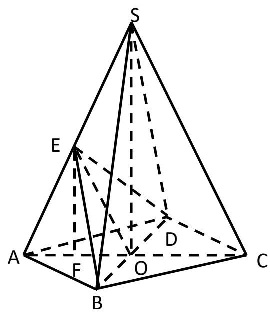


a) Demuestra que $\overline{MG}$ es mediatriz de $\overline{DE}$.

b) Calcula el volumen y el área total del cono de radio $\overline{OM}$ y altura $\overline{OG}$.

c) Sea el rectángulo de dimensiones $\overline{DE}$ y $2\cdot\overline{OM}$, halla el volumen del prisma cuya base es dicho rectángulo y su altura es $\overline{OG}$.

80. Una pirámide recta de base romboidal ABCD y altura $\overline{OS}$ = 30,0 cm es cortada por un plano determinado por la diagonal $\overline{BD}$ y un punto E de la arista $\overline{AS}$ como se muestra en la figura. Si tenemos que $\overline{AC} \cap \overline{BD} = \{O\}$, F = proy_{ABD} E, $\angle$BAD = 60º y $\overline{AB}$ = 10,0 cm.

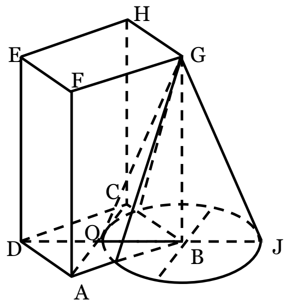


a) Prueba que el triángulo BED es isósceles de base $\overline{BD}$.

b) Calcula el volumen de la pirámide

c) Calcula el ángulo de inclinación del plano EBD respecto a la base de la pirámide.

81. En el prisma recto ABCDEFGH de base cuadrada, el vértice B es el centro de la base de un cono recto de igual altura que la del prisma y cuyas generatrices tienen una inclinación de 60º. La diagonal $\overline{AC}$ del prisma es tangente en O a la circunferencia base del cono.

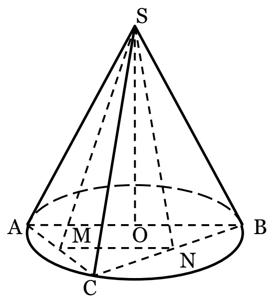


a) Prueba que la generatriz $\overline{OG}$ es perpendicular a la diagonal $\overline{AC}$.

b) Calcula el volumen del cuerpo sabiendo que la base del prisma es de 400 cm^2.

82. Un cono circular recto tiene en su interior una pirámide recta de base romboidal, de forma tal que la diagonal menor del rombo es radio de la base del cono y su cúspide es el punto medio de una generatriz del cono.

83. En el cono recto de la figura se cumple:



- $\overline{AB}$ diámetro y $\overline{OS}$ altura,
- C: punto de la circunferencia base,
- M y N puntos medios de las cuerdas $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ respectivamente,
- $\angle$ABC = $\angle$ASO = 30º y $\overline{AB}$ = 11,0 cm

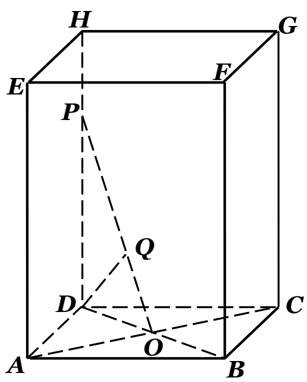
a) Demuestra que los triángulos SMC y SNC son rectángulos.

b) Calcula:

b.1) el volumen del cono y de las pirámides OMNS y CNMS,

b.2) el área total del cono.

84. En el prisma regular ABCDEFGH de base cuadrada se tiene:



- $\overline{HD} = \frac{3}{2}\overline{AD}$, P $\in \overline{HD}$, $\overline{PD} = \frac{2}{3}\overline{HD}$,
- O intersección de las diagonales de la base ABCD,
- $\overline{DQ}$ distancia del vértice D a la oblicua $\overline{OP}$.

a) Demuestra que $\overline{OP}$ es mediatriz de $\overline{AC}$.

b) Traza las oblicuas $\overline{AP}$ y $\overline{CP}$, y demuestra que:

b.1) ΔPAC es equilátero.

b.2) Q baricentro del ΔPAC.

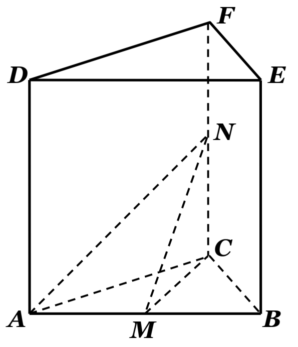
c) Si $\overline{HD}$ = 4,5 $\sqrt{6}$ cm, calcula:

c.1) el ángulo de inclinación de la oblicua $\overline{OP}$ respecto a la base,

c.2) el área del ΔPAC,

c.3) volumen y área total de la pirámide ACDP

c.4) volumen y área total del prisma.



85. En el prisma regular ABCDEF se trazan las oblicuas $\overline{MN}$ y $\overline{AN}$ desde el punto N, punto medio de $\overline{FC}$ y $\overline{AM} = \overline{MB}$.

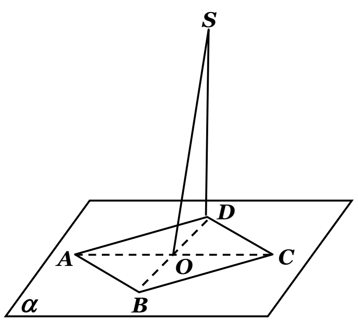
a) Demuestra que el ΔAMN es rectángulo.

b) Si $\overline{AC}$ = 8,00 cm y $\angle$ NMC = 45º calcula:

b.1) el área del ΔAMN.

b.2) el volumen de la pirámide AMCN y del prisma.

86. Desde un punto S exterior al plano α que contiene al rombo ABCD, se traza la oblicua $\overline{OS}$, siendo O la intersección de las diagonales del rombo y D = proy$_\alpha$ S



a) Demuestra que $\overline{OS}$ es mediatriz de $\overline{AC}$.

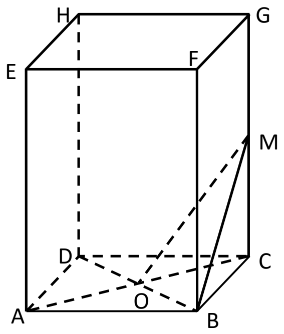
b) Traza las oblicuas $\overline{AS}$, $\overline{BS}$, $\overline{CS}$ y calcula:

b.1) El volumen de la pirámide ABCDS sabiendo que $\overline{AB}$ = 14 cm y $\angle$SBD = $\angle$DCB = 45º

b.2) El área total de la pirámide.

c) Demuestra que ΔABS = ΔSBC.

87. En el prisma recto de base cuadrada ABCDEFGH de la figura se cumple:



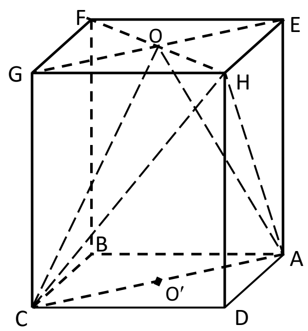
- $\overline{AB}$ = 8,0 cm;
- M punto medio de $\overline{CG}$;
- $\overline{AB} = \overline{MC}$ y
- O: punto de intersección de las diagonales de la base

a) Demuestra que $\overline{OM}$ es mediatriz del $\overline{BD}$.

b) Clasifica el triángulo OBM según sus lados y sus ángulos. Calcula su área.

c) Calcula el volumen del prisma y el de la pirámide OBCM.

88. El prisma regular ABCDEFGH tiene como bases los cuadrados ABCD y EFGH. Respecto a la base superior se trazan las oblicuas $\overline{AH}$, $\overline{CH}$, $\overline{AO}$ y $\overline{CO}$ donde O es el punto de intersección de las diagonales del cuadrado EFGH y O′ su proyección sobre el plano del cuadrado ABCD.



a) Demuestra que los triángulos CAO y CAH son isósceles.

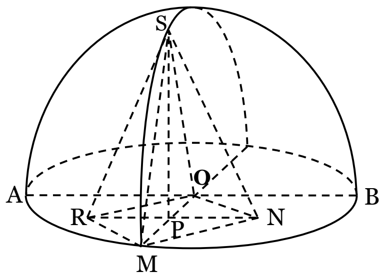
b) Si A_{ABCD} = 98,0 dm^2 y $\overline{OC}$ = 240 cm, calcula:

b.1) el volumen del prisma.

b.2) el volumen y área total de la pirámide CAOH.

b.3) el ángulo de inclinación entre los planos CAO y CAH.

89. La esfera de centro O y radio $\overline{OM}$ es cortada por un plano α, determinando una circunferencia máxima de centro O y radio $\overline{OM}$. A la esfera se le realiza una perforación piramidal regular ORMS cuya base es el cuadrilátero ORMN y se cumple:

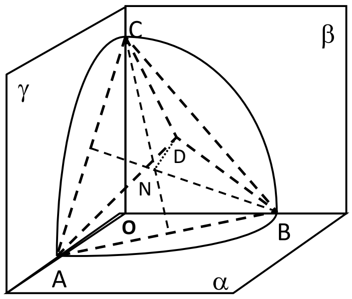


- $\overline{AB}$ diámetro de la esfera,
- $\overline{RN} \,||\, \overline{AB}$,
- S punto de la superficie esférica, y
- S = proy$_\alpha$ P.

a) Demuestra que $\overline{OS}$ es mediatriz de $\overline{AB}$.

b) Calcula el volumen y área total del cuerpo resultante.

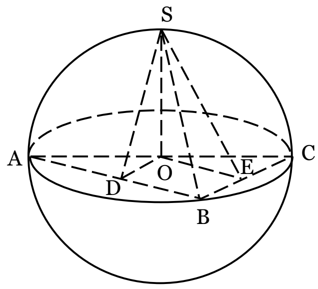
90. Una esfera de centro O y radio $\overline{OA}$ = 60,0 cm es cortada por tres planos α, β y γ perpendiculares dos a dos como se muestra en la figura. La pirámide regular ABCD está inscrita en el octavo de la esfera, el punto N es la proyección del punto D en el plano ABC y los puntos O, N y D están alineados.



a) Calcula el volumen y el área total de la pirámide ABCD.

b) Calcula el material que se desprecia al extraer la pirámide del octavo de esfera si esta fuera maciza.

91. En la esfera de entro O y radio $\overline{OA}$ = 20,0 cm, B, C y S son puntos de la esfera se cumple:



• O = proy$_{ABC}$S,

• D y E puntos medios de las cuerdas $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ respectivamente, y

• $\overline{AC}$ diámetro.

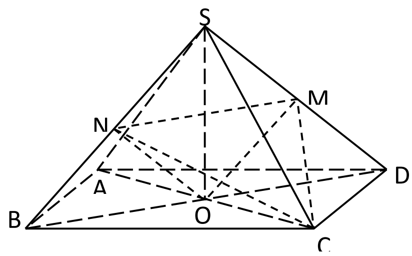
a) Prueba que la pirámide ODBES:

a.1) Es de base cuadrada.

a.2) todas sus caras laterales son triángulos rectángulos.

b) Calcula el volumen y área total de la *pirámide ODBES si ∠CAB = 30º.*

92. En la pirámide regular de base cuadrada ABCDS, sus aristas laterales tienen una inclinación de 45º respecto a la base de la pirámide. Los puntos M y N son los puntos medios de las aristas $\overline{SD}$ y $\overline{SB}$ respectivamente, y desde los cuales se trazan al plano de la base las oblicuas $\overline{MC}$, $\overline{NC}$, $\overline{MO}$ y $\overline{NO}$, siendo O el centro del cuadrado base.



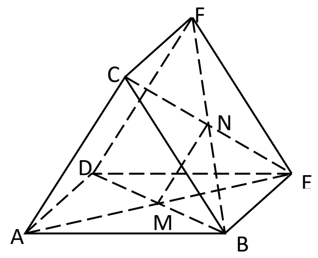
a) Prueba que el triángulo MON es rectángulo e isósceles.

b) Si la base de la pirámide ABCDS tiene 1,0 m de lado, calcula:

b.1) El volumen de la pirámide ABCDS.

b.2) El volumen y el área total de la pirámide NMOC.

93. Las caras de un prisma regular de base equilátera con cuadrados de lado “a”. Los puntos M y N son los centros de dos caras del prisma.

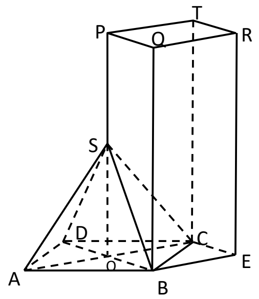


a) Demuestra que la razón entre el volumen de la pirámide MBEN y el volumen del prisma es: $\frac{1}{12}$

b) Si el lado del cuadrado es de 4,0 dm, calcula el área total de la pirámide MBEN.

94. En una pirámide regular de base cuadrada de lado 10,0 cm la sección transversal determinada por dos aristas opuestas y la diagonal de la base es un triángulo equilátero. Calcula el volumen del cuerpo resultante al realizarle una perforación cónica por el centro de la base hasta el centro de gravedad de la pirámide si la sección transversal del cono determinada por dos generatrices opuestas es también un triángulo equilátero.

95. En la figura:

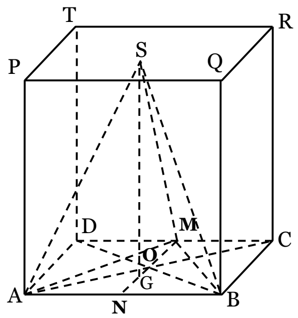


- ABCDS pirámide regular de base cuadrada,
- OBECPQRT prisma recto de base cuadrada,
- $\overline{AS} = \overline{AC}$, $\overline{AB}$ = 2,0 dm,
- S $\in$ $\overline{OP}$, $\overline{OS} = \frac{1}{2}\overline{OP}$

a) Prueba que: $\overline{SB} \perp \overline{BE}$

b) Calcula el volumen del cuerpo.

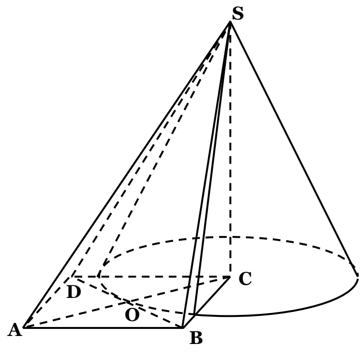
96. La pirámide regular ABMS está inscrita en el ortoedro ABCDPQRT como se muestra en la figura. Si los centros de la base del ortoedro (O) y el de la pirámide (G) distan 2,0 cm (O $\in \overline{MG}$ y N punto medio de $\overline{AB}$) y las aristas laterales de la pirámide tienen una inclinación de 60^0 con la base.



a) Demuestra que: $\frac{V_P}{V_O} = \frac{1}{6}$

b) Halla el área total de la pirámide y del ortoedro.

_97._ La figura muestra un cuerpo de madera formado por la intersección de una pirámide de base cuadrada ABCD y altura $\overline{SC}$, y un cono circular recto de igual altura, donde se cumple:



• $\overline{BD} \cap \overline{AC} = \{O\}$

• El centro de la base del cono es el punto C y el radio $\overline{OC}$

• $\overline{AB}$ = 4,0 cm

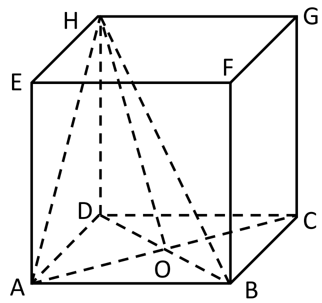
• tan $\angle$SAC = $\sqrt{2}$

a) Demuestra que las caras ABS y ADS de la pirámide son triángulos rectángulos iguales.

b) Calcula el volumen del cuerpo.

c) Calcula el área total del cuerpo.

_98._ En la figura el cubo ABCDEFGH tiene un volumen de 512 dm^3 en el cual se han trazado las oblicuas $\overline{AH}$, $\overline{OH}$ y $\overline{BH}$ respecto al plano ABC, formándose la pirámide oblicua ABOH.



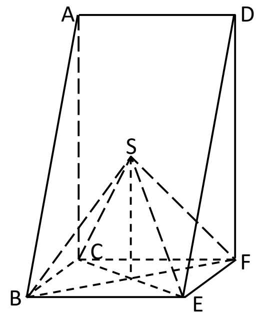
a) Demuestra que la pirámide ABOH tiene dos caras que son triángulos rectángulos.

b) Calcula la amplitud del ángulo de inclinación de las oblicuas trazadas.

c) ¿Cuál es la amplitud de la inclinación de los planos ABH y AOH respecto al plano ABC? Fundamenta.

d) Calcula el área lateral y el volumen de la pirámide ABOH

99. El prisma recto ABCDEF de base triangular tiene en su interior una pirámide recta BEFCS y se cumple que: ΔABC rectángulo en C, $\overline{\mathrm{BC}}$ = $\overline{\mathrm{CF}}$, S centro de la cara ABED del prisma, O = proy$_{\mathrm{BEF}}$S, $\overline{\mathrm{AB}}$ = 13 dm y $\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{BC}}}$ = 2,4.

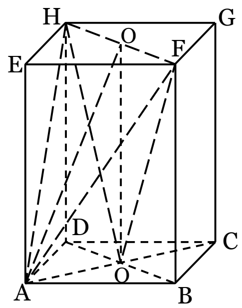


a) Calcula el ángulo de inclinación de las caras de la pirámide.

b) Calcula el volumen del prisma y el de la pirámide.

100. En el prisma recto de base cuadrada ABCDEFGH,

O y O′ son los centros de los cuadrados base y se cumple que $\overline{\mathrm{AE}}$ = 2 $\overline{\mathrm{AB}}$.



a) Prueba que $\overline{\mathrm{O'A}}$ es una altura del ΔHAF.

b) Si $\overline{\mathrm{AB}}$ = 8,4 dm calcula:

b.1) El volumen de la pirámide OFHA.

b.2) La amplitud del $\angle$AO′O.

b.3) El área del ΔAFH