Método Integral (Método de eliminación muy avanzado).

Ejemplo de aplicación del método integral:

Ejemplo 28

Indicadores del tipo $f = y \cdot x$

Donde la variación del indicador resultante es mayor del 10 %. Partiremos de las sustituciones consecutivas por el total de los cálculos.

Indicador	UM	Período Base	Plan	Real	Desviación Real / Año anterior		Real /Plan	
					MP	%	MP	%
Producción vendida (P)	MP	1 000,0	1 200,0	1 950,0	950,0	95	750,0	62,5
Cantidad de unidades Vendidas (CUV)	Uno	20 000	30 000	65 000	45 000	225	35 000	116,7
Precio de venta Unitario (PVU)	Pesos	50,00	40,0	30,00	(20,00)	(40)	(10,00)	(25)

Donde para realizar este método integral vamos a considerar:

f: Producción vendida.

X: Cantidad de unidades vendidas.

Y: Precio unitario de venta.

Método tradicional (sustituciones consecutivas por el total de los cálculos).

$f = x \cdot y$

$f_0 = x_{PB} \cdot y_{PB}$

$f_1 = x_R \cdot y_{PB}$

$f_{PB} = x_R \cdot y_R$

En este caso que tenemos Período Base y Plan y podemos realizarlo con ambos datos para ver como incide la variación del Real con respecto al año anterior y a lo planificado.

Veamos con respecto al año anterior (Período Base con Real)

Po = **CUV (PB) • PVU (PB) =** *20 000 • $ 50,00 / 1 000 = 1 000,0 MP (PV Período Base)*

P_1 = **CUV (R) • PVU (PB)** *= 65 000 • $ 50,00 / 1 000 = 3 250,0 MP (Efecto de la variación de CUV)*

P_2 = **CUV (R) • PVU (R)** *= 65 000 • $ 30,00 / 1 000 = 1 950,0 MP (Efecto de la variación de PVU, valor de PV Real)*

Ahora hallemos las diferencias entre estos valores para ver como incide en la Producción Vendida cada uno de ellos.

Do = P_1 – Po = *3 250,0 MP – 1 000,0 MP = + 2 250,0 MP*

D_1 = P_2 – P_1 = *1 950,0 MP – 3 250,0 MP = – 1 300,0 MP*

+ 950,0 MP

Como se puede apreciar por haber aumentado la cantidad de unidades vendidas en 45 000 unidades, la producción vendida incrementó 2 250,0 MP (alcanzó un valor de 2 250,0 MP), pero como resultado de haber disminuido el precio de venta unitario en $20,00 / unidad, la producción vendida decreció en - 1 300,0 MP (por lo que sólo alcanzó un valor de 1 950,0 MP). Producto del efecto combinado de ambos factores, es que se obtiene un incremento de + 950,0 MP en la Producción vendida real ese año.

Además, observe que la variación del indicador resultante es del 95 %, lo que resulta superior al 10 % permitido para la aplicación del procedimiento de las sustituciones consecutivas en cualquiera de sus variantes.

Observe que si calculamos primero el efecto del factor cualitativo (precio unitario) y después la influencia del factor cuantitativo (cantidad de unidades vendidas), veamos:

Po = **CUV (PB) • PVU (PB) =** *20 000 • $ 50,00 / 1 000 = 1 000,0 MP (PV Período Base)*

P_1 = **CUV (PB) • PVU (R)** *= 20 000 • $ 30,00 / 1 000 = 600,0 MP (Efecto de la variación de PVU)*

P_2 = **CUV (R) • PVU (R)** *= 65 000 • $ 30,00 / 1 000 = 1 950,0 MP (Efecto de la variación de CUV,* *valor de PV Real)*

$D_o = P_1 - P_o = 600{,}0\ MP - 1\ 000{,}0\ MP = -\ 400{,}0\ MP$

$D_1 = P_2 - P_1 = 1\ 950{,}0\ MP - 600{,}0\ MP = \underline{+\ 1\ 350{,}0\ MP}$

$+\ 950{,}0\ MP$

Como se puede apreciar ahora, por haber disminuido el precio de venta unitario en $20,00 / unidad, la producción vendida decreció en – *400,0 MP* (alcanzando un valor de 600,0 MP), pero como resultado de haber aumentado la cantidad de unidades vendidas en 45 000 unidades, la producción vendida incrementó 1 350,0 MP (por lo que alcanzó un valor de 1 950,0 MP). Producto del efecto combinado de ambos factores, se obtiene el incremento de + 950,0 MP en la Producción vendida real ese año.

Observe que varía ostensiblemente los valores por la influencia de cada uno de los factores. Si sustituimos primeramente el factor el precio de venta unitario antes de la cantidad de producciones vendidas, los resultados no son iguales. Esto ocurre por que invertimos el orden que corresponde al método tradicional de las sustituciones consecutivas que consiste en considerarle a priori una importancia mayor al factor cualitativo lo cual es una inconsistencia de estos procedimientos de eliminación por el método tradicional en cualquiera de sus variantes pues la variación del efecto conjunto de ambos factores se lo hemos adjudicado ahora al factor cuantitativo (cantidad de unidades vendidas) contrariamente a la naturaleza de estos procedimientos por la vía tradicional que se le concede al factor cualitativo. Por esto en los últimos años han sido propuestos nuevos métodos de solución de estas tareas, entre los cuales el que más interés presenta es el método integral.

Diferenciación e integración en el análisis factorial de los indicadores económicos. En su forma más general la representación de un indicador generalizador o resultante podemos representarlo como una función de varias variables.

$f = f(y, x)$; $f = f(y, x, z)$; etc

Entonces: $\Delta f = f_1 - f_0$; $\Delta x = x_1 - x_0$; $\Delta y = y_1 - y_0$

Donde:

Δ: Variación del indicador o factor

f: Indicador resultante, en nuestro caso producción vendida.

x, y, z: Son factores que predeterminan el indicador resultante, en este caso "x" : Cantidad de unidades vendidas y "y": Precio unitario de venta.

"z": Variación del indicador o del factor.

0 y 1: Son los valores que toman los indicadores en el año base (o plan) y el valor del año del informe (real) respectivamente.

Son conocidos los intentos de utilizar en este enfoque la fórmula del diferencial completo para el cálculo de la influencia de cada factor separadamente (variables) sobre el indicador resultante:

$$\Delta f = f_x \bullet \Delta x + f_y \bullet \Delta y + \xi$$

Las magnitudes "$f_x \bullet \Delta x$" y "$f_y \bullet \Delta y$" naturalmente nos darán la idea de la valoración de los factores "x" e "y" sobre el indicador resultante "f", ya que las derivadas parciales "f_x" y "f_y" caracterizan la aceleración de las variaciones de la función por las diferentes variables (indicadores: factores, "x": cantidad de unidades vendidas e "y": precio unitario de venta). Aquí ξ (epsilon) es la diferencia o error entre los incrementos (decrementos) reales de la función y el diferencial, sentido económico él no tiene. La magnitud ξ. llegaría a tener una importancia sustancial con el aumento de los valores "Δx" y "Δy", por esto la aplicación de las fórmulas indirectamente aplicadas conduce a una burda valoración (realmente inadmisible) de la influencia de los factores.

No obstante la exactitud de los cálculos crece con la disminución de los incrementos de los factores. Separemos por esto las magnitudes reales "Δx" y "Δy" para algún número lo suficientemente pequeño de los factores "x" e "y", y aplicando en cada uno de los pasos de esta fórmula del diferencial f completo, podemos representar toda variación del indicador resultante "f" por otra fórmula:

$$\Delta f = \sum_{i=0}^{n} f'_x(x_0 + i\Delta' x;\ y_0 + i\Delta' y)\ \Delta' x + \sum_{i=0}^{n} f'_y(x_0 + i\Delta' x;\ y_0 + i\Delta' y)\ \Delta' y + \xi$$

$$\Delta' x = \frac{\Delta x}{n} \qquad \Delta' y = \frac{\Delta y}{n}$$

Donde:

n: Es la cantidad de intervalos, en los cuales se divide el incremento o disminución de cada factor.

En este la primera parte de la fórmula (primera suma) es la valoración de la influencia del factor “x” (cantidad de unidades vendidas) habitualmente “I_x“, y la segunda suma, es la valoración de la influencia del factor “y” (precio de venta unitario) habitualmente “I_y“.

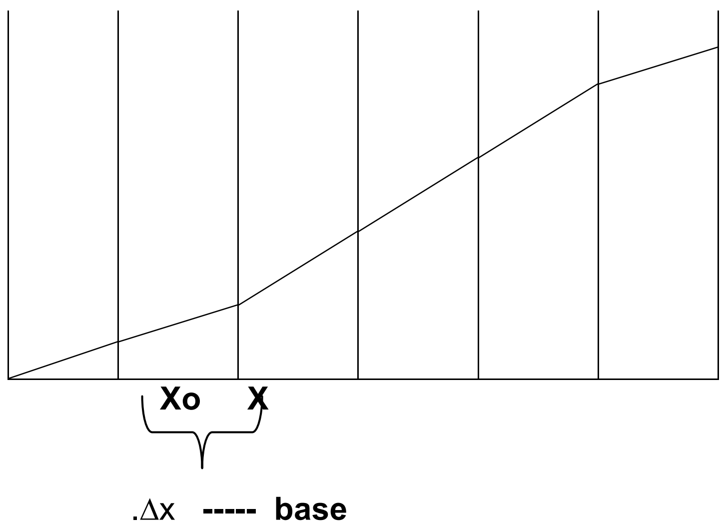
Aumentando “n”, es posible hacer la magnitud “ξ” tan pequeña cuanto sea cómodo representarla. Por esto es racional examinar el caso del límite cuando “*n*→a”*, obtendríamos las siguientes* fórmulas:

$$I_x = \lim_{n\to a} \sum_{i=0}^{n} f'x\,(x_0 + i\Delta'x;\, y_0 + i\Delta'y)\ \Delta'x = \int_{g^i} f'x\ d_x$$

$$I_y = \lim_{n\to a} \sum_{i=0}^{n} f'y\,(x_0 + i\Delta'x;\, y_0 + i\Delta'y)\ \Delta'y = \int_{g^i} f'y\ d_y$$

Donde:

g^i : Es la línea recta del intervalo orientado que une los puntos (x_0; y_0) y (x_1; y_1).



Abajo proponemos las fórmulas de trabajo para algunos indicadores económicos más comunes, a fin de determinar la influencia de los factores sobre el indicador resultante tipo:

Indicadores del tipo *f = x • y*

Ejemplo de ello: *P v* = Q *v* • Pv*u*

Donde:

Pv : Producción vendida

Qv: Cantidad de unidades vendidas

Pvu : Precio de venta unitario

En correspondencia con el método integral, el cálculo de la influencia de los factores se determina por la siguiente fórmula:

$$Ix = Yo \cdot \Delta x + \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{2} \qquad\qquad Iy = Xo \cdot \Delta y + \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{2}$$

Ix: Influencia del factor x (cantidad de unidades vendidas) en el período base x_0 y en el real o año del informe x_1.

Iy: Influencia del factor y (precio de venta unitario) en el período base y_0 y en el real o año del informe y_1.

Por lo tanto, Δx y Δy representan la variación (incremento o decremento) del real con relación al período base (o plan).

$$\Delta x = x_1 - x_0 \qquad\qquad \Delta y = y_1 - y_0$$

Donde en este caso sería:

x_0: *Cantidad de unidades vendidas en el Período Base o Plan*

x_1: *Cantidad de unidades vendidas Reales*

Δx: Variación representada por el incremento o decremento de la cantidad de unidades vendidas en el año del informe (real) x_1 respecto al período tomado como base (o plan) x_0.

Y_0 : Precio de venta unitario en el Período Base o Plan.

Y_1 : Precio de venta unitario Real.

Δy: Variación representada por el incremento o decremento del Precio de venta unitario en el año del informe (real) y_1 respecto al período tomado como base (o plan) y_0.

Ejemplo 29

Apliquemos la fórmula de trabajo para el ejemplo tratado y solucionada la influencia de los factores por el método tradicional, comparemos dicha solución con el cálculo por el método integral con relación al año anterior solamente, aunque bien podía hacerse respecto al plan, lo cual sería muy conveniente que lo hiciera el lector para ejercitarse, veamos los datos con relación al año anterior.

Indicador	UM		Período Base	Real	Desviación Real / Año anterior	
					MP	%
Producción vendida (P)	MP	*f*	f_0 1 000,0	f_1 1 950,0	Δf 950,0	95
Cantidad de unidades Vendidas (CUV)	Uno	*x*	x_0 20 000	x_1 65 000	Δx 45 000	225
Precio de venta Unitario (PVU)	Pesos	*y*	y_0 50,00	y_1 30,00	Δy (20,00)	(40)

Observe que la variación es de más del 10% en el indicador resultante (analizado).

Apliquemos las fórmulas del método integral para determinar más exactamente la influencia de los factores.

Para determinar la influencia de la variación (Δx) de la cantidad de unidades vendidas.

$$Ix = Yo \cdot \Delta x + \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{2}$$

Sustituyendo:

$$Ix = \$\ 50{,}00 \cdot 45\ 000\ u + \frac{45\ 000\ u \cdot (\$\ 20{,}00)}{2}$$

$$Ix = \$\ 2\ 250\ 000{,}00 + \frac{(\$\ 900\ 000{,}00)}{2}$$

$$Ix = \$\ 2\ 250\ 000{,}00 - \$\ 450\ 000{,}00$$

$$Ix = \$\ 1\ 800\ 000{,}00$$

Ahora procedemos a dividir por mil porque recuerde que el indicador está expresado en miles de pesos, entonces tenemos:

Ix = $ 1 800 000,00 / 1 000 = 1 800,0 MP

La influencia de la variación del incremento de la cantidad de unidades vendidas (45 000 unidades) sobre la producción vendida en MP es de 1800,0 MP o bien $1800000.

Para determinar la influencia de la variación (Δy) del precio de venta unitario.

$$Iy = Xo \cdot \Delta y + \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{2}$$

Sustituyendo:

$$Iy = 20\,000\ u \cdot (\$\ 20{,}00) + \frac{45\,000\ u \cdot (\$\ 20{,}00)}{2}$$

Iy = ($ 400 000) + ($ 450 000,00)

Iy = ($ 850 000,00) / 1 000

Iy = (850,00 MP)

La influencia de la variación de decremento de los precios en $20,00 por unidad vendida en (850,0 MP) o bien en ($ 850 000,00).

Es decir el incremento de la producción vendida en 950,0 MP es resultado del efecto combinado de la Ix = 1 800,0 MP y la Iy = (*850,0 MP)*

Donde si comprobamos tenemos que: Ix + Iy = 1 800,0 MP- 850,0 MP = 950,0 MP