**Ejercicios de Geometría Analítica**

1. Se dan los puntos M (8; 7) y N (3; –5).

a) Calcule la longitud del segmento $\overline{MN}$.

b) Determine la ecuación de una recta paralela a $\overline{MN}$ que pase por el punto P(0;7).

c) Escriba la ecuación de la mediatriz relativa al $\overline{MN}$

2. Se dan los puntos P (4; –3) y Q (–8; 2).

a) Calcule la longitud del segmento $\overline{PQ}$.

b) Determine la ecuación de una recta perpendicular a $\overline{PQ}$ que pase por el punto A(0;–6).

3. Sean A(9; 2) y B(8; 6) y C(4; 5) vértices consecutivos de un paralelogramo ABCD.

a) Analice si el triángulo ABC es rectángulo.

b) Calcule la longitud de la altura relativa al lado $\overline{AB}$ en el triángulo ABC.

c) Escriba una ecuación de la recta que contiene al lado $\overline{AC}$.

d) Halle las coordenadas del punto D y clasifique el paralelogramo.

e) ¿Cuál es el valor de la pendiente del segmento $\overline{BD}$?

4. Se dan los puntos M(8;7) y N(3;–5).

a) Calcule la longitud del segmento $\overline{MN}$.

b) Determine la ecuación de una recta paralela a $\overline{MN}$ que pase por el punto P(0;7).

5. Calcule la longitud del segmento determinado por los puntos P(4;–3) y Q(–8;2).

a) Determine la ecuación de una recta perpendicular a $\overline{PQ}$ que pase por el punto A(0;–6).

b) Escriba la ecuación la mediatriz relativa al segmento $\overline{PQ}$.

6. En un sistema de coordenadas rectangulares del plano se dan los puntos L(2;6), M(5;–9) y N(–2;0).

a) Halle una ecuación de la recta r que pasa por los puntos L y N.

b) Halle una ecuación de la recta que pasa por M y es perpendicular a la recta r.

c) Halle una ecuación de la recta que pasa por M y es paralela a la recta LN.

d) Calcule las coordenadas del punto donde se cortan las rectas halladas en los incisos a y b.

7. Sean las rectas $r_1$ de ecuación y = 4, $r_2$ de ecuación y = 6 – x.

a) Halle las coordenadas del punto B donde se intersecan las rectas dadas.

b) Escriba una ecuación de la recta que pasa por B y es perpendicular a $r_1$.

c) Si C y D son los puntos donde $r_2$ corta a los ejes de abscisas y coordenadas respectivamente. Halle sus coordenadas.

d) Demuestre que los triángulos ABD = OCD siendo A el punto donde $r_1$ corta al eje de ordenadas y O el origen de coordenadas.

8. Los vértices de un triángulo son los puntos A(9;2), B(–3;–2) y C(0;–2).

a) Represente el triángulo en un sistema de coordenadas rectangulares.

b) Escriba una ecuación de la mediana relativa al lado $\overline{AB}$.

c) Clasifique el triángulo teniendo en cuenta las longitudes de sus lados.

d) Escriba una ecuación de la recta que contiene a la altura relativa al lado $\overline{BC}$ .

e) Halle el perímetro y el área del $\triangle ABC$.

9. Dados los puntos P(2;3), Q(–1;0) y R(1;5).

a) Escriba una ecuación de la recta que pasa por los puntos P y Q.

b) Determine una ecuación de la recta $r_1$ que pasa por el punto R y es perpendicular a la recta PQ.

c) Halle las coordenadas del punto de intersección entre PQ y $r_1$.

10. Sean A(–3,2), B(0,3), C(2, 1) y D(–1, 4) los vértices consecutivos de un cuadrilátero:

a) Calcule la longitud de la diagonal AC.

b) Determine si las rectas AB y CD son paralelas o no.

11. Sean A(0; 2), B(3; 1), C(1; -5) son vértices de un triángulo ABC:

a) Calcule la longitud de la mediana relativa al lado BC.

b) Pruebe que el triángulo es rectángulo.

c) Halle la distancia del punto B al lado AC.

d) Escriba una ecuación de la mediatriz del lado BC.

12. Dados A(2; 0), B(5; -1), C(6; 2).

a) Escriba una ecuación de la altura relativa al lado AC en el triángulo ABC.

b) Si D(3; 3) pruebe que el cuadrilátero ABCD es un cuadrado.

13. Sean A(–3,2), B(0,3), C(2, 1) y D(–1, 4) los vértices consecutivos de un cuadrilátero:

a) Calcule la longitud de la diagonal AC.

b) Determine si las rectas AB y CD son paralelas o no.

14. Dados los puntos P(2;3), Q(–1;0) y R(1;5).

a) Escriba una ecuación de la recta que pasa por los puntos P y Q.

b) Determine una ecuación de la recta $r_1$ que pasa por el punto R y es perpendicular a la recta $\overline{PQ}$.

c) Halle las coordenadas del punto de intersección entre $\overline{PQ}$ y $r_1$.

d) Escriba la ecuación de la altura relativa al $\overline{PQ}$.

e) Escriba la ecuación de la mediatriz relativa al $\overline{PQ}$

15. Los vértices de un triángulo son los puntos A(9;2), B(–3;–2) y C(0;–2).

a) Represente el triángulo en un sistema de coordenadas rectangulares.

b) Escriba una ecuación de la mediana relativa al lado $\overline{AB}$.

c) Clasifique el triángulo teniendo en cuenta las longitudes de sus lados.

d) Escriba una ecuación de la recta que contiene a la altura relativa al lado $\overline{BC}$ .

e) Halle el perímetro y el área del $\triangle$ABC.

16. En un sistema de coordenadas rectangulares del plano se dan los puntos L(2;6), M(5;–9) y N(–2;0).

a) Halle una ecuación de la recta r que pasa por los puntos L y N.

b) Halle una ecuación de la recta que pasa por M y es perpendicular a la recta r.

c) Halle una ecuación de la recta que pasa por M y es paralela a la recta $\overline{LN}$.

d) Calcule las coordenadas del punto donde se cortan las rectas halladas en los incisos a y b.

17. Sean M(2;1), N(5;3) y P(3;–4) los puntos medios de los lados de un triángulo. Determine las ecuaciones de cada una de las rectas que contienen sus lados.

18. Sean las rectas $r_1$ de ecuación y = 4, $r_2$ de ecuación y = 6 – x.

a) Halle las coordenadas del punto B donde se intersecan las rectas dadas.

b) Escriba una ecuación de la recta que pasa por B y es perpendicular a $r_1$.

c) Si C y D son los puntos donde $r_2$ corta a los ejes de abscisas y coordenadas respectivamente. Halle sus coordenadas.

d) Demuestre que los triángulos ABD y OCD siendo A el punto donde $r_1$ corta al eje de ordenadas y O el origen de coordenadas.

e) Calcule la amplitud del $\angle$ABC.

19. Se dan los puntos A(–2;–2), B(–3;1), C(7;7) y D(3;1).

a) Compruebe que ABCD es un trapecio.

b) Determine las coordenadas del punto donde se cortan sus diagonales.

20. Sean A(9; 2) y B(8; 6) y C(4; 5) vértices consecutivos de un paralelogramo ABCD.

a) Analice si el triángulo ABC es rectángulo.

b) Calcule la longitud de la altura relativa al lado $AB$ en el triángulo ABC.

c) Escriba una ecuación de la recta que contiene al lado $\overline{AC}$.

d) Halle las coordenadas del punto D y clasifique el paralelogramo.

21. Sean A(0; 2), B(3; 1), C(1; -5) son vértices de un triángulo ABC:

a) Calcule la longitud de la mediana relativa al lado $\overline{BC}$.

b) Pruebe que el triángulo es rectángulo.

c) Halle la distancia del punto B al lado $\overline{AC}$.

d) Escriba una ecuación de la mediatriz del lado $\overline{BC}$.

22. Sean A(-1; -1) y C(3; 1) extremos de una diagonal de un rombo ABCD. Si se sabe que D está sobre el eje "y":

a) Escriba una ecuación cartesiana de la recta que contiene la otra diagonal del rombo.

b) Determine las coordenadas de los vértices B y C.

c) Halle la amplitud del mayor de los ángulos interiores del rombo y el área de este

23. Los vértices de un triángulo están en los puntos de intersección de las rectas de ecuación$r_1: 5y = 4x + 20;\ r_2: y - 4 = -2x; r_3: y = 0$.

a) Represente el triángulo en un sistema de coordenadas rectangulares.

b) Escriba la ecuación de una recta paralela a $r_1$ que pasa por el punto de intersección de las rectas $r_2\ y\ r_3$.

c) Determine el área y el perímetro del triángulo comprendido entre las 3 rectas.

d) Escriba la ecuación de la mediatriz relativa al segmento que esta sobre la recta$r_1$.

e) Escriba la ecuación de la altura relativa al segmento que se encuentra sobre la recta $r_3$.

24. Sean K(-4;4), L(-1;1) y M vértices de triángulo KLM.

a) Si M pertenece a la recta $y = x + 2$, y el área del triángulo es de 6 u$^2$. Halle las coordenadas del vértice M.

25. Sean M(1; -3) y N(7; 3) vértices consecutivos de un rectángulo MNLP, en ese orden. Si la ordenada del punto P es cero:

a) Escribe una ecuación de la recta $\overline{MP}$ y halla el ángulo de inclinación de la misma.

b) Determina las coordenadas del punto de intersección de las diagonales.

26. Sean P(-1;3); Q(2;-1) y M(6;2) vértices del triángulo PQM.

a) Pruebe que el triángulo es rectángulo e isósceles.

b) Determine las coordenadas de N, si PQMN es un cuadrado.

c) Halle la ecuación de la circunferencia circunscrita al cuadrado.

27. Sea EFDG (en ese orden) un rombo, si F(1; -2), G(5; 2) y la ecuación de una recta que pasa por el punto E es $r: 2x - y - 2 = 0$.

a) Determine la distancia del punto F a la recta r.

b) Halle las coordenadas de los puntos E y D.

c) Escriba una ecuación de la recta paralela a $r$ que pasa por D.

28. Dados A(2; 0), B(5; -1), C(6; 2).

a) Escriba una ecuación de la altura relativa al lado AC en el triángulo ABC.

b) Si D(3; 3) pruebe que el cuadrilátero ABCD es un cuadrado.

c) Halle la longitud de la circunferencia inscrita.

29. Los puntos A(-6; -5) y B(2; -3) son vértices consecutivos de un rombo y la diagonal $\overline{AC}$ tiene como ecuación.$x - y + 1 = 0$.

a) Determine las coordenadas del punto de intersección de sus diagonales.

b) Halle las coordenadas del punto **C**.

c) Calcule el área del rombo.

d) Determine la relación de posición entre la recta $\overline{AC}$ y la recta $x - y - 3 = 0$.

30. Sea ABCD (en ese orden) un trapecio de bases AD y BC con B (-2; 1), A(-2; -3), D(3; c) y $r_{AD}$: x-2y=4.

a) Si dicho trapecio es rectángulo, halle las coordenadas de **D** y **C** y el área del trapecio.

b) Calcula el ángulo de inclinación del $\overline{AD}$, con el semieje positivo x.

31. Dos vértices adyacentes de un cuadrado son M(2; 0) N(-1; 4). Halle las ecuaciones de las rectas que contienen a sus lados.

a) Escribe las coordenadas de los vértices que faltan.

32. El área de un triángulo es de 4 u$^2$. Las coordenadas de sus vértices A y B son A (2; 1) y B (3; -2), y el vértice C está sobre el eje “x”. Halle las coordenadas del punto C.

33. El punto A(5; -1) es un vértice de un cuadrado; uno de cuyos lados está en la recta de ecuación: $4x - 3y - 7 = 0$

a) Halle las ecuaciones de las rectas que contienen los lados del cuadrado.

34. Un vértice de un paralelogramo es el punto (-3; 1), la recta de ecuación $x + 2y - 8 = 0$ contiene uno de sus lados y otro de sus lados está sobre una recta cuyo ángulo de inclinación es de 45$^0$ y pasa por el punto P(0; 1).

a) Determine las coordenadas de los vértices que faltan.

b) Halle la amplitud del menor de los ángulos interiores del paralelogramo.

c) Calcule su área.

d) Escriba la ecuación de una cónica de vértice en P, con línea directriz y = -4.

e) Escriba la ecuación de una circunferencia con centro en el punto (-3;1) si el punto P pertenece a dicha circunferencia

35. Dadas las ecuaciones de dos de los lados de un rectángulo:

$r_1: x - 2y = 0$ y $r_2: x - 2y + 15 = 0$

y la ecuación de una de sus diagonales: $r_3: 7x + y - 15 = 0$

a) Determine las coordenadas de los vértices del rectángulo.

b) Calcule su perímetro.

c) Escriba una ecuación de la otra diagonal.

36. Sean A(-1;3), B(1;-2), C(4; 5) vértices de un triángulo ABC

a) Demuestre que el triángulo es rectángulo.

b) Calcule la longitud de la mediana relativa a la hipotenusa.

c) Halle las coordenadas del punto donde la mediatriz corta al lado AB.

d) Escriba la ecuación cartesiana de la recta que pasa por el punto C y es paralela al lado AB.

e) Calcule el área del triángulo ABC.